

公路圆曲线形竖曲线的计算方法

汪洵泽

(云南省交通规划设计研究院股份有限公司, 云南 昆明 650200)

摘要:公路路线设计规范规定:公路竖曲线可以采用圆曲线或抛物线。但以圆曲线作为公路竖曲线的计算在实际工程设计项目中的应用较少,其原因之一是圆曲线的计算比抛物线的计算过程复杂,且在传统的公路勘测设计中也鲜有介绍。阐述了圆曲线形竖曲线的计算步骤及推导出相关计算公式的过程。

关键词:公路;路线设计;曲线形;竖曲线计算;计算公式

中图分类号:U412;U412.24;U412.34

文献标志码: B

文章编号:1001-2184(2025)04-0068-03

DOI:10.20196/j.cnki.scsld.20250417

Calculation method of highway circular vertical curve

WANG Xunze

(Broadvision Engineering Consultants, Kunming, 650200, China)

Abstract: It is stipulated in Design Specification for Highway Alignment that circular curve or parabola can be used as highway vertical curve, but circular curve as highway vertical curve is rarely used in practical engineering design projects, one of the reasons is that the calculation of circular curve is more complicated than parabola, and it is rarely introduced in traditional highway survey and design. The calculation steps and related formulas of circular vertical curves are derived in this paper.

Key words: highway; route design; vertical curve; vertical curve calculation; calculation formula

1 概述

在道路纵断面设计中,为了顺应地形的起伏并克服高差需要设置不同坡度的纵坡线,两条相邻纵坡线的交点被称为变坡点^[1]。为了缓和变坡点处行车动量变化产生的冲击力,保证行车安全、舒适以及确保道路纵向行车视距的需要,在变坡点处需要设置竖曲线。公路路线设计规范规定^[2]:公路纵坡变更处应设置竖曲线,且竖曲线可以采用圆曲线或抛物线。

在传统的公路勘测设计中介绍的均为抛物线形计算方法,其计算步骤为:首先由变坡点前后纵坡的代数差和竖曲线半径求出竖曲线的切线长,进而得到竖曲线的起、终点桩号,然后由点至竖曲线起、终点的距离算出改正值,再求出该点在纵坡线上的高程,最后加上改正值即可得出竖曲线上的高程。该方法虽然步骤多,但其公式简洁、且计算又不复杂,对野外工作非常适用。而圆曲线形竖曲线的计算方法却鲜有介绍。鉴于抛物线形的

计算方法应用广泛且相关介绍颇多,笔者在文中不在赘述,仅对圆曲线形竖曲线的计算进行详述,以达到补全之意。

2 圆曲线形竖曲线的计算($x \rightarrow \beta \rightarrow y$)

在与路线相关的计算机程序开发中,为了确保软件的通用性和健壮性,避免出现功能缺陷,对公路路线设计规范中规定的两种线形的竖曲线都必须实现其算法,因此有必要对圆曲线形竖曲线的计算步骤和相关计算公式进行推导。圆曲线形竖曲线计算简图见图1。

如图1所示,设变坡点前纵坡为 i_1 ,后纵坡为 i_2 ,以圆曲线起点 O_1 为原点,圆曲线的切线为 x_1 轴建立坐标系 $x_1 o_1 y_1$ (x_1 轴的正方向朝向路线前进的方向);然后再以变坡点 O 为原点,水平线为 x 轴建立坐标系 xoy 。

则有: $\alpha_1 = \tan^{-1} i_1$, $\alpha_2 = \tan^{-1} i_2$,

$$\alpha = |\alpha_2 - \alpha_1|, T_c = R \tan \frac{\alpha}{2}$$

竖曲线上任意一点 P 在 $x_1 o_1 y_1$ 坐标系中的

收稿日期:2025-04-08

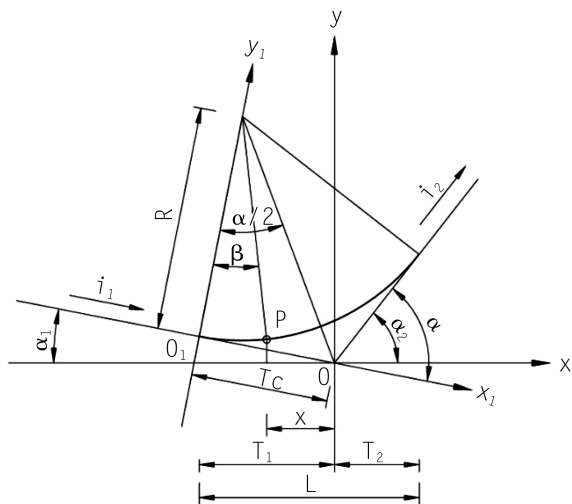


图1 圆曲线形竖曲线计算简图

注:图中 R 为竖曲线半径; T_c 为圆曲线的实际切线长; T_1 为变坡点前竖曲线切线 T_c 的水平投影长度(即规范定义的竖曲线切线长); T_2 为变坡点后竖曲线切线 T_c 的水平投影长度(即规范定义的竖曲线切线长); β 为圆弧 $\widehat{O_1P_c}$ 对应的圆心角

坐标为:

$$\begin{cases} x_1 = R \sin \beta \\ y_1 = \pm R (1 - \cos \beta) \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中:凹形竖曲线取正值,凸形竖曲线取负值。

O_1 在 xoy 坐标系中的坐标为:

$$\begin{cases} x_{O_1} = -T_c \cos \alpha_1 = -R \tan \frac{\alpha}{2} \cos \alpha_1 \\ y_{O_1} = -T_c \sin \alpha_1 = -R \tan \frac{\alpha}{2} \sin \alpha_1 \end{cases} \quad (2)$$

将 P 点的坐标从坐标系 $x_1O_1y_1$ 转换到坐标系 xoy 中,则有:

$$\begin{cases} x = x_{O_1} + x_1 \cos \alpha_1 - y_1 \sin \alpha_1 \\ y = y_{O_1} + x_1 \sin \alpha_1 + y_1 \cos \alpha_1 \end{cases} \quad (3)$$

将式(1)和式(2)代入式(3)整理后得出:

$$\sin(\beta \pm \alpha_1) = \frac{x}{R} + \tan \frac{\alpha}{2} \cos \alpha_1 \pm \sin \alpha_1 \quad (4)$$

$$y = R \left[-\tan \frac{\alpha}{2} \sin \alpha_1 \pm \cos \alpha_1 \mp \cos(\beta \pm \alpha_1) \right] \quad (5)$$

式中:凹形竖曲线取正值,凸形竖曲线取负值。按式(4)进行计算可由 x 求得 β ,将其代入式(5)即可得到 y 值。为便于记忆,上述圆曲线形竖曲线的计算步骤可简单表述为 $x \rightarrow \beta \rightarrow y$ 。

3 竖曲线要素公式

竖曲线切线长(圆曲线实际切线 T_c 的水平投影长度):

$$T_1 = T_c \cos \alpha_1 = R \tan \frac{\alpha}{2} \cos \alpha_1 \quad (6)$$

$$T_2 = T_c \cos \alpha_2 = R \tan \frac{\alpha}{2} \cos \alpha_2 \quad (7)$$

则竖曲线长 $L = T_1 + T_2$

令 $x=0$,代入式(4)和式(5),所求出的 y 即为竖曲线外距 E 。

圆心坐标:

$$\begin{cases} x = -R \tan \frac{\alpha}{2} \cos \alpha_1 \mp R \sin \alpha_1 \\ y = -R \tan \frac{\alpha}{2} \sin \alpha_1 \pm R \cos \alpha_1 \end{cases} \quad (8)$$

式中:凹形竖曲线取正值,凸形竖曲线取负值。

4 反求竖曲线半径

在道路设计中,经常需要控制竖曲线的长度或外距,此时即需要用到反求半径公式。

4.1 已知 T_1 ,求 R

$$R = \frac{T_1}{\cos \alpha_1} \cdot \frac{T_c}{\tan \frac{\alpha}{2}} \quad (9)$$

4.2 已知 T_2 ,求 R

$$R = \frac{T_2}{\cos \alpha_2} \cdot \frac{T_c}{\tan \frac{\alpha}{2}} \quad (10)$$

4.3 已知 E ,求 R

由圆曲线外距反求半径的计算简图见图2。图中 P_c 为竖曲线上对应变坡点位置的点, β 为圆弧 $\widehat{O_1P_c}$ 对应的圆心角。此时先求出 β 即可得到 R 值。

$$\beta = \sin^{-1} \left(\tan \frac{\alpha}{2} \cos \alpha_1 \pm \sin \alpha_1 \right) \mp \alpha_1 \quad (11)$$

$$R = \left| \frac{E \cos \alpha_1}{(1 - \cos \beta)} \right| \quad (12)$$

5 实例验算分析

笔者利用上述推导成果并通过某工程设计实例对两种线形的竖曲线计算结果进行了直观对比。已知某公路工程变坡点里程为 $K0+200$,变坡点高程为 $1\,800.00\text{ m}$,前纵坡为 10% (上坡),后纵坡为 -6% (下坡),其计算结果见表1和表2。竖曲线要素见表1,竖曲线上各点的高程见表2。

