

# 基于 Mann—Kendall 法和重标极差法对大渡河毛头码站降雨趋势的分析

李 燊 楷, 李 文 锦, 陈 志 峰, 陈 坚, 顾 晓

(中国电建集团贵阳勘测设计研究院有限公司, 贵州 贵阳 550081)

**摘 要:**采用 Mann—Kendall 法计算大渡河毛头码站 1964—2015 年降雨系列统计参数  $Z$ , 判断其降雨趋势及显著性, 采用重标极差法计算其降雨系列赫斯特系数  $H$ , 并判断降雨序列趋势在未来的持续性, 结合两种方法成果综合判断大渡河毛头码站未来降雨的趋势。结果表明: 大渡河毛头码站降雨系列  $Z$  小于 0, 赫斯特系数  $H$  为 0.745, 说明该站降雨呈现下降趋势, 且未来降雨量将继续下降。本文综合非参数统计和分形分析方法, 以非参数统计判断趋势, 以分形分析判断确定其持续性, 具有重要的实际意义。

**关键词:**大渡河; 降雨趋势分析; Mann—Kendall 法; 重标极差法

**中图分类号:** P343.1; P336; P426.62

**文献标识码:** B

**文章编号:** 1001-2184(2020)06-0084-04

## Analysis on Rainfall Trend at Maotouma Station of Dadu River Based on Mann—Kendall Method and Rescaled Range Method

LI Linkai, LI Wenjin, CHEN Zhifeng, CHEN Jian, GU Xiao

(Powerchina Guiyang Engineering Co., LTD, Guiyang, Guizhou, 550081)

**Abstract:** The Mann—Kendall method is used to calculate the rainfall series statistical parameter  $Z$  of Maotouma station on Dadu River from 1964 to 2015 to judge its rainfall trend and significance, and rescaled range method is used to calculate the rainfall series Hurst coefficient  $h$ , and to judge the sustainability of the rainfall series trend in the future. The future rainfall trend of Maotouma Station on Dadu River is comprehensively judged based on the results of the two methods. The results show that: the rainfall series  $Z$  of Maotouma Station on Dadu River is less than 0, and the Hurst coefficient  $h$  is 0.745, which indicates that the rainfall at this station presents a downward trend, and the rainfall will continue to decline in the future. In this paper, the nonparametric statistics and fractal analysis methods are integrated to judge the trend by nonparametric statistics, and determine the sustainability by fractal analysis, which has important practical significance.

**Key words:** Dadu River; rainfall trend analysis; Mann-Kendall method; rescaled range method

## 0 引 言

Mann—Kendall 法是一种基于秩次非参数统计检验方法, 由于该法对统计样本所服从的分布无特别要求, 且对少数异常值不敏感, 在判断降水、径流、气温等时间序列中长期变化趋势方面应用广泛, 是世界气象组织推荐并已广泛使用的非参数检验方法<sup>[1]</sup>。重标极差法是分形理论中的一种重要研究方法, 在研究自然界某些随机且具有相似性的现象(如降雨、径流、洪水等)中有着广泛的应用, 同时在社会科学和工程领域(如股票及汇率的波动等)有巨大的应用潜力<sup>[2]</sup>。英国水文学

家赫斯特(H. E. Hurst)于 1965 年首次尝试将径流时间序列作为时间分形结构, 采用重标极差法分析其时间尺度上的相似性。重标极差法已在暴雨时空分布、径流序列趋势等方面广泛应用<sup>[3]</sup>。

毛头码水文站位于大渡河下游干流, 距支流尼日河汇入口 2.7 km, 控制流域面积 7.27 万  $\text{km}^2$ , 自 1964 年开始进行降雨观测以来, 流域气候条件变化相对稳定, 但受全球气候变暖和大气环流等大尺度影响因子变化的影响, 流域降雨量趋势呈现相应的变化。本文采用 Mann—Kendall 法重标极差法和重标极差法对大渡河毛头码站降雨序列进行趋势分析, 用 Mann—Kendall 法分析

收稿日期: 2020-07-09

降雨系列的总体趋势,以重标极差法分析降水系列在时间尺度上的分形特征,判断降雨序列的未来趋势。

## 1 重标极差法和 Mann-Kendall 法综合分析

### 1.1 重标极差法

一般地,对于降雨时间序列  $p_i (i=1, 2, \dots, n)$ ,重标极差法分析步骤如下<sup>[4]</sup>:

(1)将降雨序列  $P_i (i=1, 2, \dots, n)$ 等分成长度为  $\tau$  的  $m$  个连续子序列,其中  $\tau$  为整数,取值范围  $2 \leq \tau \leq n/2$  且  $M\tau \leq n$ 。各子序列记为  $D_m (m=1, 2 \dots M)$ ,序列  $D_m$  包含  $\tau$  个元素,记为  $p_{k,m} (k=1, 2, \dots, \tau)$ 。

(2)子序列  $D_m$  的均值,记为  $\overline{p_m}$ ,其累积离差序列,记为  $P_{\tau,m}$ :

$$P_{\tau,m} = \sum_{k=1}^{\tau} (p_{k,m} - \overline{p_m}) \quad (1)$$

(3)由子序列  $D_m$  的累计离差最大值减去最小值记为  $D_m$  的极差记为  $R_m$ ,其标准差为  $S_m$ :

$$R_m = \max P_{\tau,m} - \min P_{\tau,m} \quad (2)$$

$$S_m = \sqrt{\frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} (p_i - \overline{p_m})^2} \quad (3)$$

(4)分段长度为  $m$  时, $M$  个子序列  $D_m$  的  $(R_m/S_m)$  均值,即为

$$(R/S)_{\tau} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (R_m/S_m) \quad (4)$$

(5)对于序列重构后,子序列长度  $\tau$  与 Hurst 系数及重标极差的关系为:  $(R/S)_{\tau} = (c\tau)^H$ ,两边取对数可得:  $\lg(R/S)_{\tau} = H \lg c + H \lg \tau$ ,常采用最小二乘法估算在不同序列长度  $\tau$  下 Hurst 系数的取值。

年降雨序列在大时间尺度下会表现周期性和趋势性的特点,但由于受大气环境和地形地貌等多种因素影响,其周期性和趋势性并不显著,利用重标极差法可有效剔除噪声对时间序列周期性和趋势性的影响。一般的,赫斯特系数  $H$  取值不同表示序列趋势的持续性不同:当  $H=0.5$  时,表示时间序列前后完全独立,具有随机游走的特性;当  $H>0.5$  时,表示序列具有长程相关性,未来变化趋势与过去一致, $H$  值越接近 1 表示持续性越强;当  $H<0.5$  时,表示序列具有反持续性,未来

变化趋势与过去相反, $H$  值越小反持续性就越强,在这种情况下,过去的增加趋势预示着未来的减少趋势,而过去的减少趋势则使未来可能出现增加趋势<sup>[5]</sup>。

赫斯特系数显著性检验利用  $R/S$  的期望公式估算序列的经验值,并用最小二乘原理估算系列的斜率  $E(H)$ ,  $E(H)$  服从正态分布,且方差为  $\text{Var}(E(H)_{\tau}) = 1/N$ ,采用  $U$  检验对实际 Hurst 系数进行显著性检验,在置信区间取 95% 时,  $U_{0.05}$  临界值为 1.96。  $R/S$  期望值经验公式如下<sup>[6]</sup>。

$$E(R/S)_{\tau} = ((\tau - 0.5)/\tau) \cdot (\tau\pi/2)^{-0.5} \cdot \sum_{r=1}^{\tau-1} \sqrt{(\tau-r)/r} \quad (5)$$

### 1.2 Mann-Kendall 秩次非参数检验

对降雨序列降雨时间序列  $p_i (i=1, 2, \dots, n)$ ,  $n$  为系列长度,其统计值  $Z$  的计算公式为:

$$Z = \begin{cases} \frac{M+1}{\sqrt{\text{Var}(s)}} & M < 0 \\ 0 & M = 0 \\ \frac{M-1}{\sqrt{\text{Var}(s)}} & M > 0 \end{cases} \quad (6)$$

其中  $M$  为对偶系列的个数,计算公式为:

$$M = \sum_{i=2}^n \sum_{j=i}^{n-1} \text{Sgn}(p_i - p_j) \quad (7)$$

$$\text{Sgn}(p_i - p_j) = \begin{cases} -1 & p_i < p_j \\ 0 & p_i = p_j \\ +1 & p_i > p_j \end{cases}$$

$\text{Var}(s)$  为标准差,估算公式为  $\text{Var}(s) = n \cdot (n-1) \cdot (2n+5)/18$ ,若统计量  $Z>0$ ,表示序列具有上升的趋势,若  $Z<0$ ,表示序列具有下降的趋势,给定置信水平  $\alpha$ ,若  $|Z| \geq Z_{1-\alpha/2}$ ,表示趋势显著,若  $|Z| < Z_{1-\alpha/2}$ ,表示趋势不显著。置信水平为 90%、95% 和 99% 对应的阈值为 1.65、1.96、2.58<sup>[7]</sup>。

### 1.3 综合分析

将 Mann-Kendall 法与重标极差法相结合,先通过 Mann-Kendall 法判断序列的上升或下降的趋势,并检验其趋势的显著性,而后采用重标极差法计算序列的 Hurst 系数,判断序列的趋势

表 1. Hurst 系数与 Mann-Kendall 法对序列趋势综合判断表

Mann-kendall 检验	Hurst 系数	
	H>0.5,且无显著变异点	H<0.5,且无显著变异点
Z>0,且  Z ≥Z <sub>1-α/2</sub>	序列具有上升趋势,且未来趋势持续	序列具有上升趋势,但未来呈下降趋势
Z<0,且  Z ≥Z <sub>1-α/2</sub>	序列具有下降趋势,且未来趋势持续	序列具有下降趋势,但未来呈上升趋势

在未来的持续性<sup>[8]</sup>,判断方式见表 1。

## 2 应用实例

大渡河毛头码水文站是国家一级水文监测站,是大渡河流域水文观测的重要控制站,其降雨序列也是本地区及下游水利水电工程的重要参考<sup>[9]</sup>,本文收集毛头码水文站 1964—2015 年共 52 年降雨序列,采用重标极差法分析降雨序列的 Hurst 系数,判断系列变异点和序列趋势的持续性,采用 Mann-Kendall 法检验系列的趋势及显著性,并结合上述两种方法的成果,判断大渡河毛头码站未来降雨的趋势。图 1 为大渡河毛头码站 1964~2015 年降雨序列。

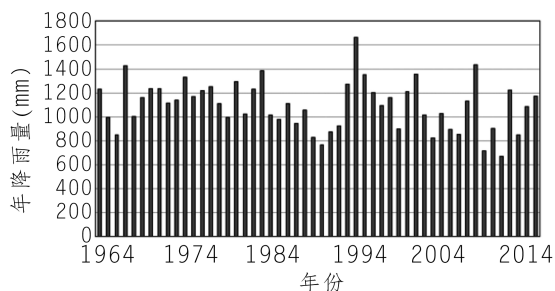


图 1 大渡河毛头码站年降雨量序列

采用重标极差法对毛头码站 52 年降雨数据进行分析,分段时长  $\tau$  取值为 2,3,……,26,按重标极差分析步骤依此计算不同分段时长  $\tau$  时的  $R/S$  均值  $(R/S)_\tau$ ,并对  $(R/S)_\tau$  和  $\tau$  取对数,得  $\lg(\tau)$  和

$\lg(R/S)_\tau$  序列,采用 Hurst 系数期望公式计算  $R/S$  的期望值对数  $\lg(E(R/S)_\tau)$  和  $V_\tau$ ,分别用于求赫斯特系数的期望值  $E(H)$  和检验序列的平均周期。作  $\lg(R/S)_\tau$  与  $\lg(\tau)$ ,和  $\lg(E(R/S)_\tau)$  与  $\lg(\tau)$  的关系图(见图 2)。

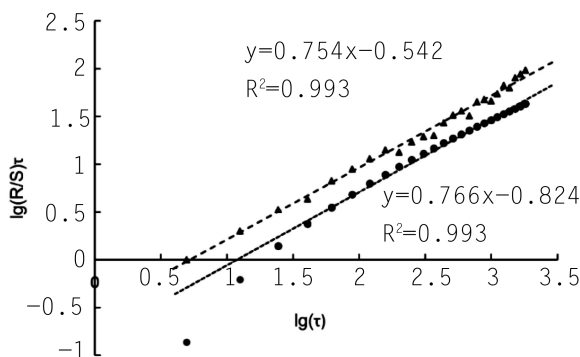


图 2 实际与理论  $\lg(R/S)_\tau - \lg(\tau)$  关系图

由图 2 可知,大渡河毛头码站 1964—2015 年降雨序列在分段长度为  $2 \leq \tau \leq 26$  时,  $\lg(R/S)_\tau$  与  $\lg(\tau)$  拟合直线较好,无明显拐点,此时拟合直线斜率即 Hurst 系数为 0.754,  $\lg(E(R/S)_\tau)$  与  $\lg(\tau)$  点系列拟合直线斜率为 0.766,采用  $U$  检验对降雨系列的 Hurst 系数和由  $\lg(E(R/S)_\tau) - \lg(\tau)$  点拟合的期望值  $E(H)$  进行显著性检验(表 2),由表可知无显著差异。降雨序列 Hurst 系数大于 0.5,且无明显变异点,表明大渡河毛头码站降雨序列具有长期相关性,未来趋势将保持一致。

表 2 毛头码水文站降雨序列赫斯特系数及检验结果

时间段	回归直线	Hurst 指数	R <sup>2</sup>	E(H)	显著检验 U	检验结果
2≤τ≤26	$\lg(R/S)_\tau = 0.754 \cdot \lg(\tau) - 0.542$	0.754	0.993	0.754	—	—
2≤τ≤26	$\lg(E(R/S)_\tau) = 0.766 \cdot \lg(\tau) - 0.824$	0.766	0.994	0.766	0.276	无显著差异

注:在 5% 的检验水平下,临界值为  $U_{0.05} = 1.96$ 。

利用 Mann-kendall 法对该降雨序列进行趋势分析,可知其统计参数  $Z = -1.95$  小于零,且  $|Z| \geq Z_{1-\alpha/2}$ ,其中置信水平为 90%,  $Z_{1-\alpha/2} = 1.65$ ,表明降雨序列在 90% 的置信水平下,具有显著下降趋势。采用滑动平均法对趋势检验成果进行验证,滑动平均法的基本公式为:  $P_t =$

$\frac{1}{20} \sum_{k=-10}^9 p_k(t=10,11,\dots,43)$ ,采用 20 年滑动平均值,将 20 年滑动平均值与均值比较(见图 3),可知在  $t=10 \sim 29$  的时间段内,20 年滑动平均值大于多年均值,在  $t=29 \sim 43$  的时间段内,20 年滑动平均值均小于多年平均值,表明序列总体趋势为下降趋势,这与 Mann-Kendall 法检验结果一致。

表 3 Hurst 系数与 Mann-Kendall 法对序列趋势综合判断表

重标极差法			Mann-Kendall 法			
降雨系列 $H$	理论值 $E(H)$	$U$ 检验	显著性	统计参数 $Z$	显著性	滑动平均值
0.754	0.766	0.276	$U < U_{0.05}$ , 不显著	-1.95	$ Z  > Z_{0.10}$ , 显著	下降趋势

注:在 5% 的检验水平下,临界值为  $U_{0.05} = 1.96$ , Mann-Kendall 法在 10% 的检验水平下,  $Z_{0.10} = 1.65$

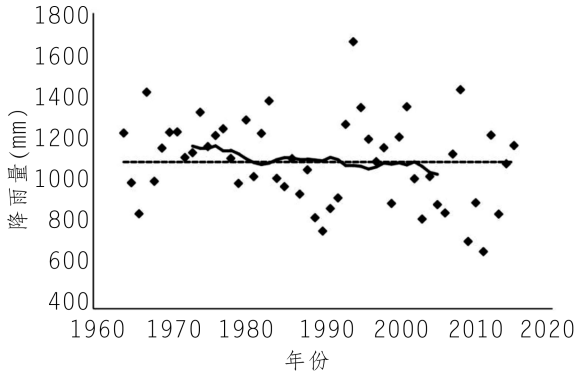


图 3 毛头码站降雨量均值及 20 年滑动平均值对比图

由表 3 可知,采用重标极差法计算大渡河毛头码站降雨序列 Hurst 系数,  $H$  为 0.754,  $H > 0.5$  且与  $E(H)$  无显著差异,表明序列具有长期持续性;采用 Mann-Kendall 法,大渡河毛头码站降雨系列统计参数  $Z$  为 -1.95,  $|Z| > Z_{0.10}$ ,表明毛头码站降雨呈显著的下降趋势,与滑动平均值结论一致;综合重标极差法与 Mann-Kendall 法分析结果可知,大渡河毛头码水文站 1964—2015 年降雨序列呈下降趋势,且这种下降的趋势在未来具有持续性,即未来降雨量还会继续表现为下降。

### 3 结 语

本文采用重标极差法和 Mann-Kendall 法对大渡河毛头码站 1964—2015 年降雨序列进行分析,重标极差分析结果表明:该序列  $\lg(R/S)\tau - \lg(\tau)$  序列点相关性较好,无明显突变点,且 Hurst 系数与其期望值较为接近,无显著差异,表明序列的趋势具有较强的持续性;Mann-Kendall 法分析结果表明,降雨序列在 90% 的置信水平下,具有显著的下降趋势,且与滑动平均法结果一致。

综合重标极差法和 Mann-Kendall 法分析结果可知,大渡河毛头码水文站降雨量的下降趋势具有较强的持续性,从 1964—2015 年共 52 年的观测期来看,该站年降雨量具有下降趋势。大

渡河毛头码水文站降雨序列未来持续减少的趋势,可能跟全球气候变暖及内陆水汽持续减弱有关,其具体原因需进一步研究,但本综合法为降雨或径流等随机性较强的时间序列趋势预测提供了一种分析工具,具有重要的实用价值。

### 参考文献:

- [1] 赵 晶,王乃昂.近 50 年来兰州城市气候变化的 R/S 分析[J]. 干旱区地理,2002,25(1):90-95.
- [2] 简 虹,骆云中,谢德体.基于 Mann-Kendall 法和小波分析的降水变化特征研究——以重庆市沙坪坝区为例[J]. 西南师范大学学报(自然科学版),2011,36(4):217-222.
- [3] 李后强,程光钱.分形与分维[M]. 成都:四川教学出版社,1999.
- [4] 李重概,王美今.分形分析 Hurst 指数在中国股票市场的应用[D]. 厦门:厦门大学,2002. 10348.
- [5] 李燊楷,李毅.玛纳斯河肯特瓦特站年径流序列分形分析[J]. 水电能源科,2010,28(7):9-11.
- [6] 赵雪花,安莉莉,袁旭琦.基于 HHT 和 R/S 分析的黄河上游年径流序列演变模式分析[J]. 水电能源科学,2013(7):9-12.
- [7] 张涵丹,卫 伟,薛 蕊.基于 R/S 分析和 Mann-Kendall 检验的定西市气温降水变化特征[J]. 水土保持学报,2015,22(6):183-189.
- [8] 杨金燕,赵超,刘光生.基于 Mann-Kendall 和 R/S 法的水文序列变化趋势分析——以苏州市为例[J]. 水利水电技术,2017,48(2):27-31.
- [9] 韩红霞,李建兵.大渡河毛头码水文站水文资料一致性分析[J]. 人民长江,2018,49(1):51-54.

### 作者简介:

- 李燊楷(1985-),男,土家族,湖北恩施人,高级工程师,硕士,从事国内外工程水文、水电规划设计研究工作;
- 李文锦(1982-),男,汉族,湖北天门人,高级工程师,本科,从事国内外电力能源规划、动能经济设计研究工作;
- 陈志峰(1983-),男,汉族,河南洛阳人,高级工程师,硕士,从事水电工程设计研究工作;
- 陈 坚(1967-),男,汉族,贵州贵阳人,高级工程师,现从事水电项目开发管理工作;
- 顾 晓(1996-),女,汉族,山东淄博人,助理工程师,本科,从事水文及水资源工程设计工作。

(责任编辑:卓政昌)