

粘土体裂隙效应中的分形几何现象*

胡卸文

王治平

(成都理工学院,成都,610059) (水利部四川水利水电勘测设计研究院,成都,610072)

摘要 根据分形理论,研究了成都、合肥粘土体裂隙效应中存在的分形几何现象,表明裂隙空间展布、极点分布、土样强度的尺寸效应等均具分形结构。计算结果表明,成都粘土的分维值普遍大于合肥粘土,同时还探讨了成都裂隙性粘土体变形模量 E_0 与其空间展布分维值 D_k 的相关关系。

关键词 裂隙粘土 分形 分维

1 前言

与岩体相似,粘土体中由于裂隙的存在使其完整性遭受破坏,大量的工程实例说明,由于这些裂隙的存在,常常导致粘土体地基变形破坏和边坡失稳,都江堰灌区部分水渠出现的局部边坡失稳大部分与成都粘土中的裂隙发育有关^[1]。因此修筑于裂隙性粘土地区的水利枢纽及人类其它工程,由于粘土体裂隙效应,导致对它的危害是不可忽视的。

裂隙性粘土对人类工程造成的不良影响,主要是通过粘土体中裂隙的不同组合得以实现的。这种裂隙组合主要包括裂隙倾角、数量及其充填厚度的相互构架,关于这三个单因素效应,作者曾作过分析和研究^[2]。而要刻画裂隙的不同组合(或称裂隙效应),则必须借助于野外大量裂隙实际分布状况的详细调查;在此基础上,通过计算机处理及随机网络模拟,得出裂隙空间展布的优势方位、间距、连通率等结构参数,并最终提出不同地区裂隙空间组合模式。

实际上,通过野外露头实测的裂隙空间展布图以及所作出的土体裂隙极点图等,只是反映了裂隙发育的基本情况。而即使通过大量实际资料,经计算机处理得出的裂隙组合模式则又是一种抽象模型,因为它经过了具体→模糊→抽象的操作过程。因此仅靠系列结构参数(优势方位、连通率等)并不能具体反映土体某一部位裂隙空间分布的实际情况,必须选择合适的描述参数加以解决。这种描述参数的最大特点一是能准确表征土体某一部位裂隙空间展布状况,二是在实际操作中简单可行。

由法国数学家Mandelbrot创立的分形几何学,主要研究具有自相似性的物质形态或不规则曲线。

所谓自相似是指局部与整体在形态、功能和信息等方面具有统计意义上的相似性,适当放大或缩小研究对象的几何尺寸,整个结构并不改变。大量的研究成果已证实^[3],从地壳中的大型断裂带到岩石标本中的微裂隙,都具有分形性质;平田隆幸^[4]认为:节理的空间分布大多具自相似特征。显然,利用这种自相似性,就可从小范围的节理网络统计出发,推求更大范围内裂隙发育状况及其对土体力学性质的影响。

显然,分形理论为研究地质体中非规则、非均匀等非确定性现象提供了科学方法,也为解决上述对土体裂隙空间展布及其组合模式定量描述提供了可能。

2 土体裂隙空间展布的分形特征

2.1 裂隙分布特点

自然界中出露在地表附近的粘土,因受气候条件的影响,在干、湿反复变化过程中,其表部一般发育有大量短小而随机的裂隙,它们分布深度多不超过1.5 m,一般不大于建筑物基础的砌置深度。从工程地质观点考虑,它们并不具有重要的实际意义,因此,我们所论及的裂隙性粘土,主要指分布在距地表深度1.5 m以下,常作为建筑物地基持力层或边坡主要组成物且裂隙发育的粘土。

对成都三级阶地粘土而言,在地表以下1.5~20 m的范围内,裂隙普遍发育,以近水平的波状起伏和呈中倾角(20°~40°)裂隙展布为特点,呈典型的“水平波状式”和“平行斜列式”。其中还发育大量延伸短小的随机裂隙(图1)。从总体上看,自上而下,裂隙发育密度表现出中部大,上、下部均较小。另

* 国家地质灾害防治与环境保护专业实验室基金资助项目(编号:9410)的部分研究成果

外,成都裂隙粘土的另一个显著特点是裂隙壁由灰白色粘土组成,厚薄不一,薄的呈膜状,厚的则可达数厘米,裂隙交汇处可达10 cm左右。

合肥粘土地表以下约3.5~4.6 m的范围内,总体呈水平展布的波状裂隙发育模式(图2)。裂隙

壁多有薄膜状灰白色粘土,表面光滑如镜,局部起伏部分倾角变化范围为4°~31°,多数倾角为10°~30°。总体上看,合肥粘土中裂隙发育程度不如成都粘土。

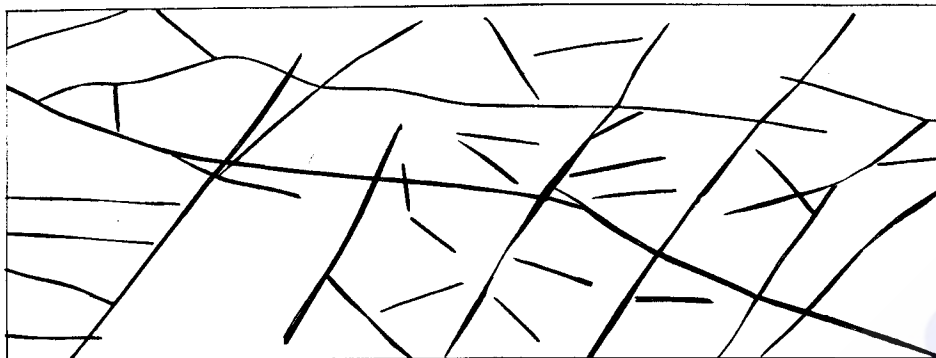


图1 成都粘土典型的裂隙空间展布实测图(比例尺1:50)

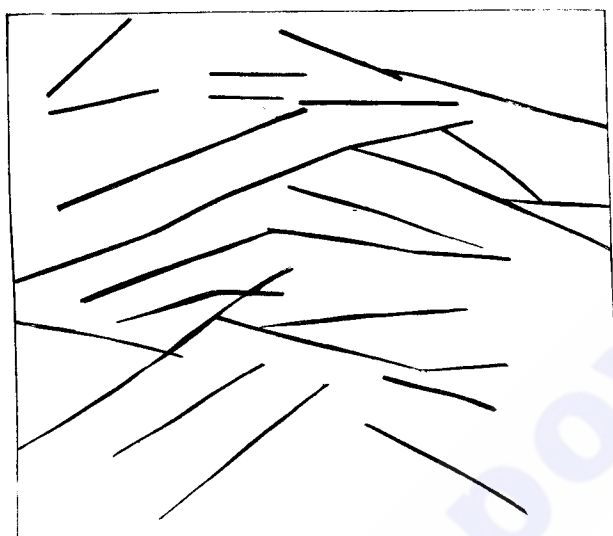


图2 合肥粘土典型的裂隙空间展布实测图
(比例尺1:50)

统计结果显示,成都粘土中裂隙优势方位为N30°~50°W/NE∠10°~40°,而合肥粘土为N10°~40°W/SW∠10°~30°。从空间展布上看,成都粘土裂隙长度大部分在1.2~2.0 m之间,少数裂隙最长可达4.5~4.8 m,调查还可发现,大于3 m的裂隙主要呈水平状展布,而倾斜裂隙长度一般为1~2 m。合肥粘土裂隙规模较小,一般长度均小于1 m。

2.2 裂隙空间分布的分形特征

根据图1、2实测的土体裂隙展布图,考虑以小网格边长为 r 的正方形为基准(或称标度),并记该正方形网格内裂隙条数的总和为 $N(r)$,根据分形理论,如果满足

$$N(r) \propto r^{-D_k}$$

则 D_k 即为裂隙空间展布的分维值。实际计算时,改

变 r 大小,由一系列 r 值及其对应的 $N(r)$ 值,在 $\lg N(r) \sim \lg r$ 图上若存在直线段,则表明这些裂隙空间展布确实存在分形,而直线段的斜率 D_k 即为分维值。

据图1、2典型实测裂隙网络图对应统计的 $\lg N(r) \sim \lg r$ 双对数直线见图3。可见成都、合肥裂隙性粘土得出的 $\lg N(r) \sim \lg r$ 相关系数分别为0.973和0.994。这种强相关关系表明裂隙空间分布确实具有分形结构,对应的成都、合肥粘土裂隙空间分布的分维值为1.530和1.384。

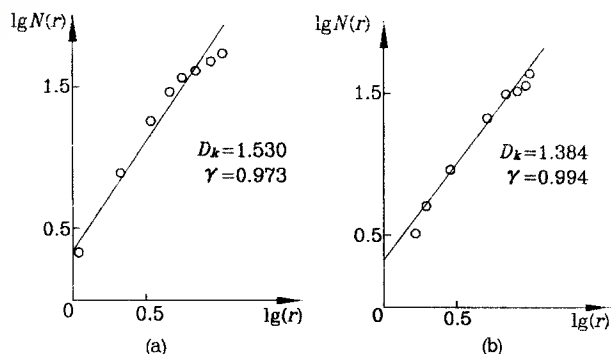


图3 土体裂隙空间分布典型的 $\lg N(r) \sim \lg r$ 关系曲线
a. 成都粘土; b. 合肥粘土

2.3 裂隙极点分形特征

不仅裂隙空间分布具分形结构,而且作为反映裂隙发育优势方位的极点密度图也具有分形特点。根据野外测定的成都、合肥粘土裂隙产状资料,分别作出裂隙极点图,见图4。

考虑以圆点为中心,以 r 为半径的圆,并记相应的极点数目为 $M(r)$,根据分形理论,若 $M(r)$ 和 r 也能满足

$$M(r) \propto r^{-D_j}$$

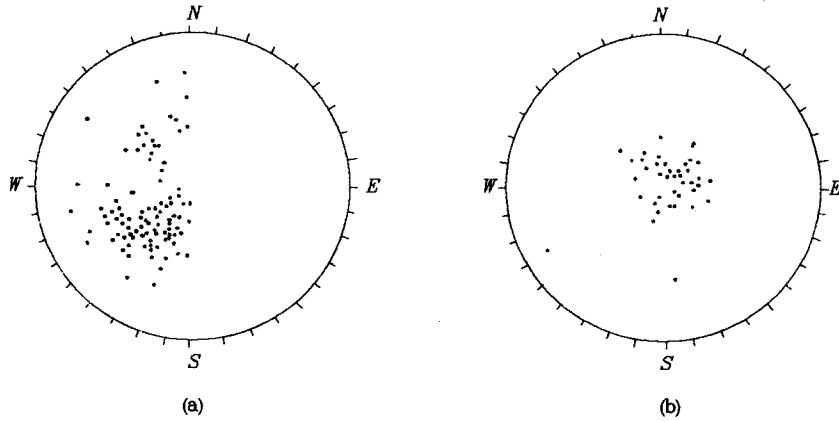


图4 粘土裂隙极点图
a. 成都粘土; b. 合肥粘土

D_j 即为裂隙极点分布的自相似维数。作 $\lg M(r)$ - $\lg r$ 双对数曲线, 若存在直线段, 则表明这种裂隙极点分布也具有分形特征, 而直线的斜率即为极点密度的分维 D_j 。

统计显示, 成都、合肥粘土裂隙极点分维分别为 1.727 和 1.637, 且 $\lg M(r)$ 与 $\lg r$ 之间的相关系数均大于 0.971。这说明裂隙极点分布确实也存在自相似现象(图 5)。

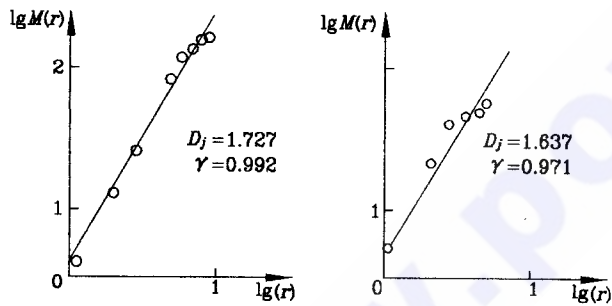


图5 裂隙极点分布的 $\lg M(r) \sim \lg r$ 关系曲线
a. 成都粘土; b. 合肥粘土

上述分析表明, 不管是裂隙的空间展布, 还是其极点分布, 所得出的分维值普遍表现出成都粘土要大于合肥粘土, 这也说明成都粘土裂隙发育状况要比合肥粘土复杂, 这种复杂性不仅与裂隙的多少有关, 更主要的还是与两地粘土在外力作用下(表生改造或构造运动)产生不同方向、不同规模及裂隙之间相互切割情况有关。显然, 成都粘土中的裂隙不仅在数量、规模上优于合肥粘土, 而且在裂隙组合上也更复杂些。而从土被切割的完整程度上看, 合肥粘土要比成都粘土较为完整一些。

因此, D_k 和 D_j 越大, 显示土体完整性越差。

3 分维可作为表征土体力学性质的新参数

3.1 土体变形模量 E_0 与分维 D_k 的关系

前已提及, 在以往研究土体裂隙效应(如数量、倾角及充填厚度效应等)对其力学性能的影响时, 普遍多从单因素考虑, 很少将上述各因素综合于一体来分析裂隙组合效应对土体力学性能的控制作用。显然, 上面得出的反映土体裂隙空间分布的分维 D_k 为解决此问题提供了可能。由于 D_k 总体上已反映出土体中裂隙数量、倾角等综合作用, 因此用 D_k 来作为表征粘土体裂隙效应的特征指标不仅可能, 也是完全可行的。

表 1 列出了含不同裂隙组合成都粘土体变形模量 E_0 及相应的 D_k 值。

对 E_0 和 D_k 回归分析(图 6), 并得如下相关方程:

$$\lg E_0 = 4.305 - 2.305D_k, \gamma = 0.985$$

可见, E_0 与 D_k 有着良好的相关关系, 且存在负相关, 即随 D_k 增大, E_0 有逐渐减小的变化趋势, 这一现象与前面的分析是一致的。因为随着 D_k 增大, 土体完整性变差, 因此在相同应力下, 表现出抗变形能力越差。

显然, 由于分维 D_k 能客观且较准确地反映裂隙空间展布状况, 也确实可表征土体变形特性, 故用 D_k 作为表征粘土体裂隙效应对其力学性能影响的一个综合性指标是可行的, 这也为剖析不同裂隙组合模式对土体力学性质影响的机制开辟了一条新的途径。

表 1 粘土体不同裂隙组合的变形模量 E_0 与对应的分维 D_k

裂隙组合模式	一缓+随机裂隙	一缓+一陡+随机裂隙	一缓+二中陡+随机裂隙	一缓+三中陡+随机裂隙	二缓+三中陡+随机裂隙	二缓+四中陡+随机节理
E_0/MPa	58.57	37.25	22.47	17.43	9.56	4.12
D_k	1.247	1.332	1.428	1.548	1.672	1.768

注: 试点均代表相同固结状态。

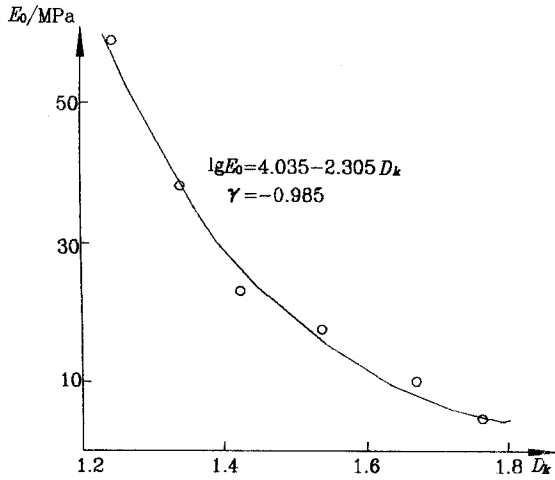


图 6 $E_0 \sim D_k$ 关系曲线

3.2 粘土强度尺寸效应的分形特征

表 2 成都粘土抗压强度与对应的试样尺寸

R/MPa	8.7	4.8	3.0	2.1	1.8	1.4
r/cm	2.5	5.0	7.5	10.0	12.5	15.0

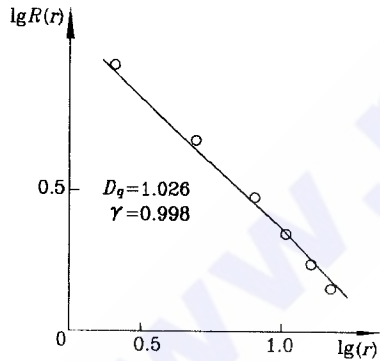


图 7 粘土样 $\lg R \sim \lg r$ 关系曲线

尺寸效应一直是岩、土力学试验专家所关注的,因为它涉及到岩、土力学参数的准确及合理选取,多年来的研究成果已经摸索出了能较准确反映岩、土力学参数的合适试样尺寸。这里我们不对岩石或土样取多大尺寸才能合理取得其力学参数作过多探讨,而对裂隙性粘土试样在室内试验过程中,因不同尺寸导致不同的单轴抗压强度所存在的内在联系作一些分析。

试样取自相同固结状态的成都粘土,为确保试验结果的一致性。所有试样均含一条缓裂隙(倾角

5°), 试样为圆柱形, 高径比 2:1, 表 2 列出了不同尺寸 r (半径) 试样对应的单轴抗压强度 R 。

对抗压强度 R 与试样半径 r 作双对数回归分析(图 7), 表明两者具很好的相关性, 相关方程为: $\lg R = 1.367 - 1.026 \lg r$, 相关系数达 0.998。根据分形理论, 这也表明土样强度与其尺寸之间具有相当好的自相似性, 两者之间存在分形结构, 斜率即为表征土样强度尺寸效应的分维值。

从图 7 可见, 随土样尺寸增大, 其对应抗压强度逐渐减小, 这是由于试样内部缺陷增多, 相应试样完整性变差之故所致。

对土样强度因尺寸效应而产生的上述变化特点, 也可根据文献^{[5],[6]}关于岩石等脆性断裂统计理论加以解释。根据缺陷分布的泊松假设和断裂事件假设, 可推导出体积为 V 的岩石试样, 在应力 σ 作用下的破坏概率为

$$P(\sigma) = 1 - \exp\left[-V \int_0^{\sigma} n(\sigma) d\sigma\right] \quad (1)$$

Weibull^[7]从一种纯启发性出发, 提出 $n(\sigma)$ 具如下关系式

$$\int_0^{\sigma} n(\sigma) d\sigma = \begin{cases} \left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0}\right)^m & \sigma > \sigma_u \\ 0 & \sigma < \sigma_u \end{cases} \quad (2)$$

式中, σ_u 为缺陷的最小强度值; σ_0 为与材料性质有关的常数; m 为反映缺陷强度分布集中程度的参数, m 越大, 缺陷强度分布越集中, 即材料的脆性程度越大。

破坏时的平均应力可由下式给出

$$\bar{\sigma} = \int_0^1 (\sigma - \sigma_u) dp(\sigma) \quad (3)$$

将(2)式代入(1)式, 又把(1)式代入(3)式, 即得试样的平均强度为

$$\bar{\sigma} = \sigma_u + \delta_0 V^{-\frac{1}{m}} \Gamma(1 + 1/m) \quad (4)$$

式中 Γ 为伽玛函数。一般 σ_u 较小, 可忽略不计, 故(4)式可简化为

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 V^{-\frac{1}{m}} \Gamma(1 + 1/m) \quad (5)$$

对同一材料, m 为定值, 则(5)式为

$$\bar{\sigma} \propto V^{-\frac{1}{m}} \quad (6)$$

由于 $V \propto r^3$, r 为试样半径, 整理(6)式可得

$$\bar{\sigma} \propto r^{-\frac{3}{m}} \quad (7)$$

比较分维定义, 则试样强度因尺寸效应的分维表达式为

$$D_q = 3/m \quad (8)$$

(8)式即是根据断裂理论, 因试样内部缺陷而推导的、反映岩石、混凝土等脆性材料强度与其尺寸关系的分形模型, 它与上述根据实测土样强度 R 与尺寸 r 导出的分维 D_q , 其物理意义是一样的。虽然土样不属脆性材料, 其破坏方式主要的为塑性, 但上述从缺陷系数 m 推导出的反映脆性材料强度尺寸效应的分维对塑性土样而言, 仍具借鉴和参考作用。

(8)式还显示, D_q 越小, 则材料的弹性越大; D_q 越大, 材料的塑性越大。同时在试样尺寸相同时, D_q 越大, 强度越小。

显然, 对表征土样抗压强度尺寸效应的分维揭示, 实质上已阐明了土样强度与内部缺陷的本质联系, 同时也通过分维 D_q 架起了土样强度与尺寸之间的“桥梁和纽带”作用, 也进一步阐明了分维作为表征土体力学新参数的物理意义和工程意义。

综上所述, 粘土体裂隙效应中的分形几何现象是客观存在的, 通过对表征土体中裂隙空间分布分维 D_k 的揭示, 不仅反映了裂隙的空间展布及其组合特点, 而且对探讨这些不同裂隙组合效应对土体变形性能的影响找到了一个较为确切的描述参数。

而通过对土样抗压强度尺寸效应分维 D_q 的讨论, 则进一步阐明试样内部缺陷(也相当于裂隙组合效应)对土样力学性能的影响。因此, 分形几何作为一种非线性理论, 对上述复杂现象的阐述提供了一种有效方法, 也为探讨土体力学性质与其内在影响因素的研究关系确实起到了桥梁作用, 其意义是十分显著的。

参 考 文 献

- 1 王治平. 都江堰丘陵灌区渠道的环境地质问题. 水利水电环境, 1993; No2: 71-75
- 2 胡卸文, 李群丰, 赵泽三等. 裂隙性粘土的力学特性. 岩土工程学报, 1994; Vol. 16, No. 4: 81-88
- 3 郭永昌. 分数维与地震断裂模式. 世界地震译丛, 1998; No. 1
- 4 平田隆幸. 断层与分数维. 地震地质译丛, 1991; No. 1
- 5 王宏, 陶振宇. 关于脆性断裂中的统计理论. 岩石、混凝土断裂与强度, 1986; No. 1
- 6 秦四清, 张倬元, 王士天等. 非线性工程地质学导引, 成都: 西南交通大学出版社, 1993
- 7 Jaeger J. C., Cook G. W. 岩石力学基础. 北京: 科学出版社, 1983

作者简介

胡卸文 男 成都理工学院工程地质研究所 教授 博士
王治平 女 水利部四川水利水电勘测设计研究院环评处 工程师
学士

(收稿日期: 1997-10-22)

Fracture Geometry Properties in Fissure Effect of Clay Mass

Hu Xiewen

(Chengdu University of Technology, Chengdu, 610059)

Wang Zhiping

(Sichuan Water Conservancy and Hydroelectric Power Investigation, Design and Research Institute, Chengdu, 610072)

Abstract The fracture geometry properties in fissure effect of Chengdu clay mass are studied. It is found that there are fracture structure in fissure's distribution pole distribution and size effect for strength of clay sample. Results show that the fracture dimension of Chengdu clay is commonly larger than that of Hefei clay. Further, correlations between fractal dimension D_k of Chengdu fissure's distribution and its deformation modulus E_0 of clay mass are discussed respectively.

Key Words fissured clay, fracture, fracture dimension