

# 洞室围岩收敛变形灰色理论预测

张忠亭

(武汉水利电力大学, 武汉, 430072)

**摘要** 洞室开挖后, 洞周围岩的应力状态将会发生应力重分布。这是一个复杂的物理力学过程, 其直观表现是洞室围岩发生位移。在以新奥法为代表的现代隧洞工程中, 常常以收敛变形量测值作为判断围岩稳定状态和支护结构的经济合理性指标之一。一般地讲, 围岩收敛变形是随时间而变化的。因此, 收敛量测得到一个与时间顺序有关的数据列。我们曾根据围岩变形随时间变化的特点, 利用岩石流变理论进行了研究<sup>[1]</sup>。本文简略地介绍了采用灰色理论的原理和方法, 分析和研究围岩收敛变形的特点。

**关键词** 灰色理论 洞室围岩变形 稳定状态 支护结构

## 1 概 述

灰色理论, 又称灰色系统, 是指既有已知信息, 又含未知信息的系统; 是研究分析、建模、预测、决策和控制的理论<sup>[2]</sup>。该理论自 80 年代初创立以来, 已经在社会科学和自然科学的许多领域得到了应用。岩石力学中的一些问题, 例如上述之围岩收敛变形, 具有灰色系统的特点, 适合灰色理论的应用条件。以下将讨论利用灰色理论预测围岩收敛变形的一种方法。

## 2 灰色理论的 GM(1,1) 模型

收敛变形量测结果, 是一个时间顺序的数据列, 通过建立灰色理论的 GM(1,1) 模型, 来预测未来可能发生的收敛变形, 以便为工程的设计和施工提供有关的围岩动态信息。首先讨论建立 GM(1,1) 模型问题。

### 2.1 建立 GM(1,1) 模型

假定在时间系列  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , 量测得到围岩收敛变形为数列  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , 记为

$$\{X^{(0)}(i)\} (i=1, 2, \dots, n) \quad (a)$$

此为原始数据列, 为了弱化原始数据列的随

机性, 对原始数据列作累加生成, 如一次累加生成 (常记为 1-AGO), 得相应的一次累加生成数列

$$\{X^{(1)}(i)\} (i=1, 2, \dots, n) \quad (b)$$

$$X^{(1)}(i) = \sum_{k=1}^i X^{(0)}(k) \quad (1)$$

由原始数据列 (a) 和一次累加生成数据列 (b) 可以分别得到向量  $Y$  和矩阵  $B$ :

$$Y = [X^{(0)}(2), X^{(0)}(3), \dots, X^{(0)}(n)]^T \quad (2)$$

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(X^{(1)}(2) + X^{(1)}(1)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(X^{(1)}(3) + X^{(1)}(2)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}[X^{(1)}(n) + X^{(1)}(n-1)] & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

对于 GM(1,1) 模型, 相应的白化微分方程<sup>[2]</sup>为:

$$\frac{dX^{(1)}}{dt} + aX^{(1)} = u \quad (4)$$

该微分方程的解为

$$X^{(1)}(t+1) = [X^{(0)}(1) - u/a] e^{-at} + u/a \quad (5)$$

式中  $a, u$  为待定常数, 一般记为  $A = [a, u]^T$ ;

$X^{(1)}$  为一次累加生成数列,  $X^{(1)} = \{X^{(1)}(i)\}$ ;

$X^{(0)}$  为原始数据列,  $X^{(0)} = \{X^{(0)}(i)\}$ 。

对于微分方程(4),其待定系数向量  $A = [a, u]^T$  的最小二乘法解为

$$A = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (6)$$

$$\text{即 } [a, u]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (6')$$

于是,方程(1)的解时间函数式(5)便确定了,即

$$\hat{X}^{(1)}(t+1) = [X^{(0)}(1) - u/a]e^{-at} + u/a \quad (5')$$

或者进一步有:

$$\hat{X}^{(0)}(t+1) = [\hat{X}^{(1)}(t+1) - \hat{X}^{(1)}(t)] \quad (7)$$

当  $t=0$  时,有

$$\hat{X}^{(0)}(1) = X^{(0)}(1) \quad (8)$$

式(5')或式(7)可用来估算未来的收敛变形值  $\hat{X}^{(0)}(t+1)$ , 为了提高模型的精度,在求出 GM(1,1)模型的方程(4)的系数  $A = [a, u]^T$  及其解的时间函数式(5')以后,可再进行对参数的第二次拟合,将式(5')改写成

$$\hat{X}^{(0)}(t+1) = C e^{-at} + D \quad (9)$$

根据第一次估计的  $a$  值及一次累加生成数列  $\{X^{(1)}(i)\}$  对  $C, D$  进行估算,式(9)写成矩阵形式有:

$$X^{(1)} = G \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} \quad (10)$$

其中  $X^{(1)} = [X^{(1)}(1), X^{(1)}(2), \dots, X^{(1)}(n)]^T$

$$G = \begin{pmatrix} e^0 & 1 \\ e^{-a} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ e^{-a(n-1)} & 1 \end{pmatrix}$$

由最小二乘法,有

$$\begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = (G^T G)^{-1} G^T X^{(1)} \quad (11)$$

于是,有二次拟合的时间函数

$$\hat{X}^{(0)}(t+1) = C e^{-at} + D \quad (12)$$

## 2.2 GM(1,1)模型精度检验

以上我们介绍了灰色理论的 GM(1,1),模型的建模方法,并求出了其解的时间函数式(5'),和转换式(7),从而计算残差

$$e(i) = X^{(0)}(i) - \hat{X}^{(0)}(i) \quad (13)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

得残差向量和相对误差分别为

$$e = \{e(i)\} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

$$q = e(i)/X^{(0)}(i) \times 100\% \quad (15)$$

设原始数据残  $X^{(0)}$  及残差向量  $e$  的方差分别为  $S_1^2$  和  $S_2^2$ , 则

$$S_1^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [X^{(0)}(i) - \bar{X}^{(0)}]^2 \quad (16)$$

$$S_2^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (e(i) - \bar{e})^2 \quad (17)$$

式中,

$$\bar{X}^{(0)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X^{(0)}(i)$$

$$\bar{e} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e(i)$$

方差比值  $Q$  为:

$$Q = S_2/S_1$$

小误差概率为

$$P = \{ |e^{(0)}(i) - \bar{e}| < 0.6745 S_1 \}$$

模型的精度由  $Q, P$  共同表述,一般将其分为表 1 所示的 4 级。如果分别按  $P$  或  $Q$  划分,模型级别如果不同,则模型精度的级别取其最大的级别数,当  $q, P, Q$  均在允许范围时,GM(1,1)模型便可用来预测未来围岩收敛值,否则应进一步修正模型或采用残差模型等,具体详见有关著述。

表 1 GM(1,1)模型精度分级

模型精度	$P$	$Q$
1 级(好)	$P \geq 0.95$	$c \leq 0.35$
2 级(合格)	$0.80 \leq P < 0.95$	$0.35 < c \leq 0.50$
3 级(勉强)	$0.70 \leq P < 0.80$	$0.50 < c \leq 0.65$
4 级(不合格)	$P < 0.70$	$0.65 < c$

## 3 用 GM(1,1)模型分析洞室围岩的收敛变形

洞室围岩收敛变形量测,得到一个围岩变形——时间数据序列,它提供了表征围岩稳定性的动态信息,同时也给工程修改设计和施工提供了基本参数。如前已述,围岩变形受多种因素的影响,包括岩体条件,初始地应

力状态,洞室的几何特征及施工方式等。但它总体反映出来的是收敛变形随时间的变化。对于围岩变形诸多影响因素不确定的时间序列,如其它领域的情况一样,采用GM(1,1)模型处理是方便的和合适的。在此,以湖北省隔河岩水电站引水隧洞收敛变形量测资料,说明GM(1,1)模型的利用。这里,我们分别选用两个不同观测断面的情况加以讨论。其一为1#洞0+238.5断面,该观测断面在开挖施工中紧跟掌子面布置测点,其围岩为石龙洞组石灰岩及局部角砾岩,洞室开挖后以喷混凝土为临时支护。其二为1#洞0+111断面,该断面是在洞室贯通后,即开挖成洞后10个月,为后续施工安全补充埋置的测点,其围岩为平善坝组灰页岩互层,洞室开挖后喷锚加挂网作临时支护。前者收敛随时间变化,约二月后最终趋于稳定。后者则变形随时间不断发展,最后变形加速终于引起塌方。

$$X_{(i,p)}^{(0)} = X^{(0)}(P_{i-1}) + \frac{iP - P_{i-1}}{P_i - P_{i-1}} [X^{(0)}(P_i) - X^{(0)}(P_{i-1})]$$

式中  $P_i$  —— 为量测历时;

$iP$  —— 为小于  $P_i$  且最接近  $P_i$  的正整数。

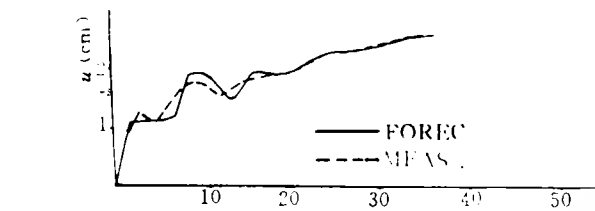


图1 0+238.5断面2号测线收敛变形—时间曲线

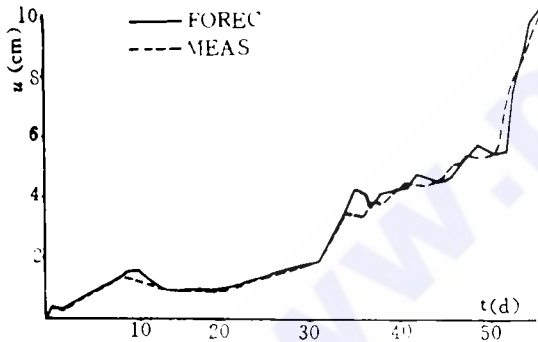


图2 0+111断面3号测线收敛变形—时间曲线

利用五维新息模型,对量测资料建模,对近期进行预测,表2为断面0+238.5,2号测线的收敛变形资料,表中第2列为实测值,第

GM(1,1)模型的建模,是在取得一定次数的收敛测值条件下进行的,建模以后便可用GM(1,1)模型对将来可能发生的收敛变形进行预测。由于收敛变形量测是持续进行的,因此,不断有新的实测资料充实收敛变形的时间数据列。考虑到现场条件的不断变化,前期量测数据对研究后期的围岩变形有一定作用,但与预测时间更接近的时期量测值,对研究收敛变形特性更有意义。因此,我们采用等维新息GM(1,1)模型。即先利用开始的初期量测数据建立GM(1,1)模型,在取得新的量测数据后,再加入新信息  $X^{(0)}(n+1)$  到原数列  $X^{(0)}$  中去的同时,去掉原信息  $X^{(0)}(1)$ ,从而构成新的与原  $X^{(0)}$  等维的数据列,然后在新的数据列基础上建模,用以预测近期可能发生的收敛变形。如此逐步进行,直到监测目的达到而终止。对于非等时距监测资料,需对其进行插值处理,即

表2 1#洞0+238.5断面收敛变形

历时 /d	收敛变形/cm		
	实测值	三点滑移平均值	GM(1,1)预测值
1	0.175	0.4568	0.4568
2	1.302	1.0828	1.1970
3	1.552	1.3760	1.2014
4	1.098	1.1978	1.2058
5	1.043	1.1578	1.2103
6	1.447	1.3718	1.2147
8	1.737	1.7060	1.7041
10	1.868	1.8090	1.9938
12	1.468	1.5590	1.7359
14	1.805	1.7573	1.4962
20	1.939	1.9315	1.9613
26	2.215	2.2200	2.2637
38	2.521	2.5138	2.5336
40			2.5671
45			2.8984
50			3.2069

3列为实测值的三点滑移平均,第4列为GM(1,1)预测值。图1为断面0+238.5,2号测线的收敛变形—时间关系曲线,图2为

0+111 断面收敛变形—时间关系曲线。从图可看出,该曲线后段斜率陡增,以致围岩最终出现塌方。

#### 4 结 语

灰色系统理论有广泛的适用性,将其用于分析和处理围岩收敛变形量测资料是行之有效的的重要方法之一。通过以上所述,我们有以下几点体会:

1、利用 GM(1,1)模型较之用回归分析法处理收敛变形资料,其方便之处是只需较少的实测数据就可建模,(且灰色理论的 GM(1,1)模型并不因数据多而精度高),且预测精度较高,而回归分析方法则要取得较多的数据(大样本空间),数据越多越好。对于现场情况来说,GM(1,1)更适用一些。

2、收敛变形的时效性动态表明,与预测

时间更接近的时期中的信息较之历史信息对研究其变化规律更重要,因此我们在文中利用等维新息 GM(1,1)模型,来进行预测,从图 1 和图 2 两种情况看,对于趋于稳定和趋于失稳的两种情况,利用等维新息 GM(1,1)模型都是可行的,如果建立越围岩失稳的临界值(阈值),可以预报其突变(失稳)时间,这对洞室的安全施工是极重要的。

3、从取得原始实测资料到建立 GM(1,1)模型,计算工作量大,但是利用现有计算程序和微机,则是很方便的。因此,用灰色理论来分析处理围岩收敛变形资料,用以预测围岩的收敛变形以致可能失稳的时间,在工程中是很有实用意义的。

#### 参 考 文 献

- 1 张忠亭、陶振宇. 洞室围岩收敛变形的时间效应特性研究. 武汉水利电力学院学报,1992. 8 月
- 2 邓聚龙. 灰色系统理论教程. 华中理工大学出版社,1990

(收稿日期:19940819)

### Prediction of Grey Theory on Convergent Deformation of Surrounding Rock of Cavern

Zhang zhongting

(Wuhang Water Convergency and Hydroelectrical Collage)

**Abstract** After excavation of cavern, stress in surrounding rock of cavern will redistributed. It is a complex physical and mechanical process which apparently show the displacement of surrounding rock of cavern. In modern tunnel project, represented by New Austrian Method, measured convergent deformation is one indice to assess stability of surrounding rock and economy of supports. In general, because convergent deformation is changed with time, a data column which is related with time sequences will be gained in measurement of convergency. Based on this feature, the study is carried out in the light of rock rheologic theory. Analysis and study on feature of convergent deformation of surrounding rock by principle and method of grey theory are briefly introduced.

**Key Words** grey theory deformation of surrounding rock of cavern stability supports

本刊 1995 年第 3 期更正:第 1 页右 21 行...尚未动力修建,应为...尚未动工修建。第 2 页左 20 行尾水隧洞靠近坝后折出,应为尾水隧洞靠近坝后折出。同页右 12 行...普继续优化水砂调度,应为...并继续优化水砂调度,第 3 页右 13 行今年运行单位...应为今后运行单位...,同页右倒数 11 行对工艺不当,应为因工艺不当。第 56 页著者单位(Chengdu Science and Engineering Institute)应为(Chengdu Institute of Technologe)。特此更正并向著、读者致歉!

本刊编辑部