多库联合优化运行

宋昭纯　　鄢建华

（四川省水利院）　（成都科技大学）

提　要

本文用逐步最优化法（POA）求解水电站系统在满足各种运行约束下计算其总发电量最大的问题。文中以0.618法为基础提出了修正0.618法作为逐步最优化法的下级算法。该法能求解这一类有保证出力约束的问题。使用修正0.618法，优点在于选择初始库容轨迹线时，可以不全部满足各时段的保证出力约束，通过反复迭代，使这一约束逐渐得到满足而不增加计算工作量。

一、前　言

由于若干原因，电力系统多水库长期最优运行决策的问题是较难求解的。第一，它有一个非线性目标函数；第二，水电站的发电量是流量和水头的函数，而水头又是水库蓄水量和下泄流量的非线性函数；第三，状态变量和决策变量都有约束。系统内水库愈多愈增加了"维数高"的困难。

对于小型水电系统，可用多种方法求解。但当参与运行优化的水电站较多时，传统的求解方法就会遇到各种困难。在进行水电站群的联合优化运行时，对确定性问题，一个水库至少对应一个状态变量；对随机性问题，一个水库至少对应两个状态变量。可见，当水库数目较多时，动态规划的应用便受到了限制。虽然近年来人们广泛使用增量动态规划，采用"时间换空间"的办法，在一定程度上使动态规划能求解较大规模的问题，但它并没有真正解决动态规划的"维数灾"问题，其收敛速度取决于初始轨迹的选取，且一般不能得到全局最优解。线性规划作为求极值的一种途径，它能求解规模很大的问题，要使其能应用于多水库联合优化运行，则必须作一些简化。例如，有库容曲线的线性假定，效益函数线性化等。然而，在水电站优化运行中，目标函数一般为非线性函数，约束条件也为非线性方程，因而属于非线性规划问题。在一些假定条件下，不能用线性规划方法求解非线性规划问题，但非线性规划问题目前尚无一般的解法，只有在一些特殊条件下，作近似处理。

随着我国水电事业的发展，投入运行的大中型水电站日益增多，要求一种求解大型水电站群长期优化运行问题的方法。本文成功地应用加拿大学者H.R.Howson和N.G.F.Sancho提出的逐步最优化法求解这一问题，且在求解过程中未作任何假定和简化处理。

二、数 学 模 型

选择水电站群在计算期内总发电量最大，作为水电站群长期优化的目标函数，即

$$OBJ=\max\sum_{j=1}^{T}\sum_{i=1}^{M}E_{ij} \tag{1}$$

式中 E_{ij}——水电站 i 在时段 j 内的发电量；

T ——总计算时段数；

M ——总计算水电站数。

约束条件有以下几项：

1.水库状态方程

$$X_{i,j+1}=X_{ij}+Y_{ij}+\sum_{l\in SI}(V_{lj}+S_{lj}+W_{lj})-VA_{ij}-S_{ij}-W_{ij}-V_{ij} \tag{2}$$

$$i=1,\ \cdots,\ M;\ j=1,\ \cdots,\ T$$

式中 X_{ij}——水库 i 时段 j 初的库容；

V_{ij}——水库 i 时段 j 内的发电用水量；

Y_{ij}——水库 i 时段 j 内的天然来水量，对梯级电站则为区间来水量；

VA_{ij}——水库 i 时段 j 内的库内取水量（包括灌溉、工业、生活用水）；

S_{ij}——水库 i 时段 j 内的弃水量；

W_{ij}——水库 i 时段 j 内的综合下泄水量（包括冲沙、过船、漂木等）；

SI——水库 i 相邻上游水库指标集，对独立水电站 SI 为空。

2.水电站水-电转换方程约束

$$E_{ij}=A_iV_{ij}H_{ij}\qquad i=1,\ \cdots,\ M;\ j=1,\ \cdots,\ T \tag{3}$$

式中 H_{ij}——水电站 i 时段 j 内的平均水头；

A_i——水电站 i 的水能—电能转换系数。

3.库容约束

$$XMIN_i\leqslant X_{ij}\leqslant XMH_i,\ j=1\qquad i=1,\ \cdots,\ M;\ j=1,\ \cdots,\ T \tag{4}$$

式中 $XMIN_i$——水库 i 的最小允许库容，一般为死库容；

XMH_{ij}——水库 i 时段 j 末的最大允许库容。

另外，对指定的计算期段，$X_{i,1}$ 和 $X_{i,T+1}$（$i=1,\ \cdots,\ M$）已知，它们应该满足。

4.机组出力约束

$$P_{ij}\leqslant\min(\overline{P}_{ij},\ \overline{P}_i)\qquad i=1,\ \cdots,\ M;\ j=1,\ \cdots,\ T \tag{5}$$

式中 $\overline{P}_i$——水电站 i 的装机容量；

$\overline{P}_{ij}$——水电站 i 时段 j 内因水轮机受水头限制，发电机的最大可能出力。一般 $\overline{P}_{ij}=R_{i1}H_{ij}+R_{i2}$，$R_{i1}$ 和 R_{i2} 为水电站 i 的已知参数。

5.保证电量约束

$$E_{ij} \geqslant EB_i \quad i=1, \cdots, M; \quad j=1, \cdots, T \tag{6}$$

式中　EB_i——水电站 i 的时段保证电量。

6.非负约束

模型中所有变量非负。

三、模型的逐步最优化法求解

逐步最优化法的理论依据在于："最优化路径具有如下特性；每一对决策集合相对于其起始值和终值是最优的"。对于一个两阶段的动态过程，逐步最优化算法和动态规划算法具有类似的特点。Howson 曾讲，逐步最优化原理"是基于贝尔曼最优化原理的演绎"。由此可见，逐步最优化原理和动态规划原理是相互联系的，但又是相互区别的。逐步最优化不具有动态规划方法的计算思想，不是动态规划在计算上的改进，因为它不存在时段效益与余留时段效益问题，即不存在动态规划中状态转移的递推方程，但却能达到动态规划的求解目的；同时，对于大系统的多维问题，不会出现"维数灾"。

在离散动态规划中，有如下的数学模型

$$\max \sum_{j=1}^{T} E_j(X_{j+1}, Y_j)$$

$$s \cdot t \quad X_{j+1} = H(X_j, Y_j)$$

如果能将控制向量 Y_j 表示成为状态向量 X_j 和 X_{j+1} 的函数，即 $Y_j = H'(X_j, X_{j+1})$ 存在，那么则可将问题表示为 $\max \sum_{j=1}^{T} E_j'(X_j, X_{j+1})$。当 X_1，X_{T+1} 为已知时，即等价于一两端固定的动态规划问题。逐步最优化法正是将多阶段问题转化为两阶段极值问题的方法。即：

$$G(X_{j-1}, X_{j+1}) = \max[E'_{j-1}(X_{j-1}, X_j) + E'_j(X_j, X_{j+1})]$$

$$s \cdot t \quad X_{j-1}, X_{j+1} \text{已知}$$

上式的计算，可采用任何可行的优化算法。逐步最优化理论并不讨论如何求解上式，只是认为上式可求得最优解。整个 POA 算法的计算步骤如下：

(一)任选一满足约束的初始状态序列 $X_j = A_j$；$j=2, \cdots, T$；A_1 和 A_{T+1} 为已知值。

(二)固定 $X_{T+1} = A_{T+1}$，$X_{T-1} = A_{T-1}$，求 X_T 使得

$$G(X_{T-1}, X_{T+1}) = \max_{X_T}[E'_{T-1}(X_{T-1}, X_T) + E'_T(X_T, X_{T+1})]$$

得 $X_T = B_T$

(三) 固定 $X_{T-2} = A_{T-2}$ 和 $X_T = B_T$，求 X_{T-1} 使得

$$G(X_{T-2} X_T) = \max_{X_{T-1}}[E'_{T-2}(X_{T-2}, X_{T-1}) + E'_{T-1}(X_{T-1}, X_T)]$$

得 $X_{T-1} = B_{T-1}$

(四) 以调整 X_T 和 X_{T-1} 的方式调整 X_2，X_3，$\cdots$，X_{T-2}；求得一组新的序列

$X_j = B_j$，即$A_1 B_2 B_3 \cdots B_T A_{T+1}$

（五）如果$\Delta = \max\limits_{j} |B_j - A_j|$ （$j = 2, \cdots, T$）小于预先给定的计算精度，则停止计算。否则，令$A_j = B_j$，$j = 2, \cdots, T$；转回到第二步，直到满足精度要求为止。

这种计算多维最优决策序列的方法，Howson 和 Sancho 已证明能收敛到全局最优解，且是唯一最优解。

目标函数为系统水电站群计算期内总发电量最大时，对于独立电站，仅考虑电力联系进行优化；对于梯级电站，除电力联系外电站间存在着水力上的联系，因此应对其进行联合优化。下面主要阐述对梯级电站的逐步优化求解过程。

1.给X_{ij}赋初值。由于逐步最优化算法是以X_{ij}的初值为基础，经过反复迭代优化，不断修正X_{ij}直至达到最优路径。可见X_{ij}的选择将在很大程度上影响计算效率。一条好的初始轨迹线将使计算在很少次迭代后收敛。不过，实际计算中，梯级电站数目和计算时段数可能较多，人工选择初始轨迹线较困难，无实际经验的人，很难选得使初始轨迹线接近最优轨迹线。这时，可采用下面的公式由计算机自动赋值。

$X_{ij} = X_{i,j-1} + (X_{i,T+1} - X_{i,1}) / T \quad i = NU(k), \cdots, ND(k);\ j = 2, \cdots, T$

这里，$NU(k)$，$ND(k)$分别为梯级k的最上游和最下游电站编号。梯级电站的编号从上游依次至下游。其中$X_{i,1} = VB_i$为水库i的计算期初始库容；$X_{i,T+1} = VC_i$为水库i的计算期末蓄水库容。

然后对所选的X_{ij}进行可行性检查，以保证

①$X_{ij} \leqslant XMH_{i,j-1} \quad \forall i, j$

②$VS_{ij} \geqslant O \quad \forall i, j$

其中 $VS_{ij} = X_{ij} - X_{i,j+1} + Y_{ij} + \sum\limits_{l \in sI} (V_{lj} + S_{lj} - W_{lj}) - VA_{ij} - W_{ij}$

如果出现不满足①或②的情况，则必须修正所选的X_{ij}初值。

令$a_{ij} = X_{ij} \quad \forall i, j$

2.指定$j = T$（采用逆序迭代）。

3.在不变动$X_{i,j-1}$和$X_{i,j+1}$的情况下，用一维优化技术求得X_{ij}的最优值X'_{ij}（$i = NU(k), \cdots, ND(k)$），使得该电站及以下各梯级当前两个时段的总发电量最大（如果梯级存在衔接情况，则目标函数中应该包括上一级电站的当前两个时段的发电量在内）。即

$$\max \sum_{m=i}^{ND(k)} (E_{m,j-1} + E_{mj})$$

$$\begin{aligned} s \cdot t \quad & A \leqslant X'_{ij} \leqslant B; \\ & E_{m,j-1} \geqslant EB_m, \quad m = i, \cdots, ND(k) \\ & E_{mj} \geqslant EB_m, \quad m = i, \cdots, ND(R) \end{aligned}$$

式中 A，B为X'_{ij}的允许变化范围。令$b_{ij} = X'_{ij}$

4.指定$j = j - 1$。如$j > 1$，返回到第3步；$j = 1$，转到第5步。

5.令$\Delta = \max\limits_{ij} |b_{ij} - a_{ij}|$。如果$\Delta$小于规定的精度范围，则停止。否则，指定

$a_{ij}=b_{ij}$，$i=NU(k)$，…，$ND(k)$；$j=2$，…，T。返回到第2步。

第3步可如下求解：

3—A，指定$i=NU(k)$。

3—B，指定$I_i=\{i, i+1, \cdots, ND(k)\}$，对设定的$X_{ij}$，计算目标函数$\sum_{m=i}^{ND(k)}(E_{m,j-1}+E_{mj})$及最大可能目标函数值。

E_{mj}的求法如下

①求$VS_{mj}=X_{mj}-X_{m,j+1}+Y_{mj}+\sum_{l\in SM}(V_{lj}+S_{lj}+W_{lj})-VA_{mj}-W_{mj}\quad m\in I_i$

这里，SM为水库m相邻上游水库指标集。

②求H_{mj}。 $H_{mj}=HU_{mj}-HD_{mj}\quad m\in I$

这里，HU_{mj}为电站m时段j平均上游水位，由时段j的平均库容按曲线拟合而得；HD_{mj}为电站m时段j平均下游水位，由下放水量$VS_{mj}+W_{mj}$按下游水位一流量关系曲线拟合而得。

③求$\overline{P}_{mj}$。 $\overline{P}_{mj}=R_{m1}H_{mj}+R_{m2}\quad m\in I_i$

④求$\overline{PW}_{mj}$，$\overline{PW}_{mj}=\min(\overline{P}_{mj}, \overline{P}_m)\quad m\in I_i$

⑤求$EA_{mj}=\overline{PW}_{mj}\times TT$，$EC_{mj}=A_m\times VS_{mj}\times H_{mj}\quad m\in I$

式中 TT——计算时段小时数。

⑥如果$EC_{mj}>EA_{mj}$，则$E_{mj}=EA_{mj}$，弃水电能$SE_{mj}=EC_{mj}-EA_{mj}$，弃水量$S_{mj}=SE_{mj}/A_mH_{mj}$ 否则，$E_{mj}=EC_{mj}$，$S_{mj}=O$，$SE_{mj}=O$。 $m\in I_i$

则，$E_{mj}=EC_{mj}$，$S_{mj}=O$，$SE_{mj}=O$。 $m\in I_i$

⑦目标函数值为$OA=\sum_{m=i}^{ND(k)}(E_{m,j-1}+E_{mj})$，最大可能目标函数值为

$$OB=\sum_{m=i}^{ND(k)}(EA_{m,j-1}+EA_{mj})$$

3—C，如果$OB-OA\leqslant\varepsilon_1$，则转3—$F$。否则，转3—$D$。

3—D，计算A，B

$$A=\max\{X_{ij}-\min_{m\in I_i}(V_{mj}+S_{mj}), XMIN_i\}$$

$$B=\min\{XMH_{ij-1}, X_{ij}+\min_{m\in I_i}(V_{m,j-1}+S_{m,j-1})\}$$

如果最优X_{ij}值越接近下限A，则下游某个电站时段j的发电用水量与弃水量之和将成为负值或本电站的运行约束将受到破坏；如果最优X_{ij}的值越接近上限B，则下游某电站时段$j-1$的发电用水量与弃水量之和将成为负值或本电站的运行约束将受到破坏。A，B为0.618法提供了寻优区间。

如 B—$A\leqslant\varepsilon_2$，转3—F；否则转3—E。

3—E，固定$X_{i,j-1}$，$X_{i,j+1}$

$X_{m,\ i-1}$，X_{mj}，$X_{m,\ j+1}$　　$m=i+1,\ \cdots,\ ND\ (k)$

寻求 X_{ij} 的最优值 X_{ij}，使得

$$\sum_{m=i}^{ND(k)} (E_{m,j-1}+E_{mj}) \Rightarrow \max$$

$s \cdot t$　$A \leqslant X'_{ij} \leqslant B$

$E_{mj} \geqslant EB_m$　　$m \in I_i$

$E_{m,\ j-1} \geqslant EB_m$　　$m \in I_i$

令 $b_{ij}=X'_{ij}$

需要说明的是：上述的寻优过程中，有保证电量约束；而常用的 0.618 法只能用于求无约束极值。考虑到寻优的实际意义和 0.618 法的搜索过程，给出一种修正 0.618 法的求解方法。详细过程如下：

①如 $B-A \leqslant \varepsilon_2$，转⑫。否则转②

③令 $X1=A+0.381966\ (B-A)$，$X_{ij}=X1$，

求 $$F1=-\sum_{m=i}^{ND(k)} (E_{mj}+E_{m,j-1})$$ ，转③

③如存在 $m \in I_i$，使得 $E_{m,j-1}<EB_m$，则 $B=X1$，转①，否则转④。

④如存在 $m \in I_i$，使得 $E_{mj}<EB_m$，则 $A=X1$，转①；否则转⑤。

⑤令 $X2=A+0.618034\ (B-A)$，$X_{ij}=X2$，

求 $$F2=-\sum_{m=i}^{ND(k)} (E_{mj}+E_{m,j-1})$$，转⑥。

⑥如存在 $m \in I_i$，使得 $E_{m,\ j-1}<EB_m$，则 $B=X2$，转①；否则转⑦。

⑦如存在 $m \in I_i$，使得 $E_{mj}<EB_m$，则 $A=X2$，转①；否则转⑧。

⑧如 $F1<F2$，则 $B=X2$，$X2=X1$，$F2=F1$，$BK=B$，$X1=A+0.381966 \cdot (B-A)$，$X_{ij}=X1$，转⑧－$A$；否则转⑨。

③－A 求 $F1=-\sum_{m=i}^{ND(k)} (E_{m,j-1}+E_{mj})$。

⑧－B 如对所有 $m \in I_i$，均有 $E_{m,\ j-1} \geqslant EB_m$，转⑧－$C$；否则检查 $B-A$。

如 $B-A \leqslant \varepsilon_2$，则 $X'_{ij}=BK$，0.618 法搜索结束。

如 $B-A>\varepsilon_2$，$B=X1$，$X1=A+0.381966\ (B-A)$，$X_{ij}=X1$，转⑧－A。

⑧－C 如对所有 $m \in I_i$，均有 $E_{mj} \geqslant EB_m$，转⑪；否则检查 $B-A$。

如 $B-A \leqslant \varepsilon_2$，则 $X'_{ij}=BK$，0.618 法搜索结束。

如 $B-A>\varepsilon_2$，则 $A=X1$，$X1=A+0.381966\ (B-A)$，$X_{ij}=X1$，转⑧－A。

⑨如 $F1>F2$，则 $A=X1$，$X1=X2$，$F1=F2$，$AK=A$，$X2=A+0.618034\ (B-A)$，$X_{ij}=X2$，转⑨－A；否则转⑩。

⑨－A，求 $F2=-\sum_{m=i}^{ND(k)} (E_{m,j-1}+E_{mj})$。

⑨－B 如对所有 $m \in I_i$，均有 $E_{m,j-1} \geqslant EB_m$，转⑨－C；否则检查 $B-A$。

如 $B-A \leqslant \varepsilon_2$，则 $X'_{ij}=AK$，0.618 法搜索结束。

如 $B-A>\varepsilon_2$，则 $B=X2$，$X2=A+0.618034(B-A)$，$X_{ij}=X2$，转⑨－A

⑨-C，如对所有 $m \in I_i$，均有 $E_{mi} \geqslant EB_m$，转⑪；否则检查 $B-A$。

如 $B-A \leqslant \varepsilon_2$，则 $X'_{ij}=AK$，0.618 法搜索结束。

如 $B-A>\varepsilon_2$，则 $A=X2$，$X2=A+0.618034(B-A)$，$X_{ij}=X2$，转⑨－A。

⑩这时必然 $F1=F2$。如果

$$\left|\sum_{m=i}^{ND(k)}(E_{m,\ i-1}+E_{mi})-\sum_{m=i}^{ND(k)}(EA_{mi}+EA_{m,\ i-1})\right| \leqslant \varepsilon_1 \text{ 转⑬。}$$

否则，$A=X1$，$B=X2$，转①。

⑪如 $B-A>\varepsilon_2$，转⑧；否则转⑫。

⑫$X_{ij}=(A+B)/2$，0.618 法搜索结束。

⑬ $X_{ij}=X2$，0.618法搜索结束。

3—F，如 $i<ND(k)$，则 $i=i+1$，转 3—B。否则转 3—G。

3—G 如 $\max\ |b_{ij}-a_{ij}| \leqslant \varepsilon_2 [i=NU(k),\ \cdots,\ ND(k)]$，则转到第4步；否则转3—A。

对独立电站的求解同梯级的逐步最优化求解基本上一样，只是这时优化目标函数成为 $(E_{i,\ i-1}+E_{ij})$，求解过程中第 3 步有所不同，0.618 法搜索过程略有差别。

四、实 例 计 算

以 2000 年四川系统水电站群蓄水期为例，验证上述数学模型及计算方法。以系统中水年（1964～1965）的径流资料，对二滩、宝珠寺、大洪河、彭水、大渡河的龚嘴和铜街子两个梯级电站，龙溪河的狮子滩、上洞、回龙寨、下洞 4 个梯级电站等 10 个电站进行计算；计算时段取 6 至 11 月，在这个期间内各水库水位将由死水位上升到正常蓄水位。对于有防洪限制要求或弃水排沙要求的水电站，则其水位在 9 月底之前不能超过汛期或排沙运行水位。计算时间以旬为单位，每旬 243 小时，共 18 个时段。四川系统中有防洪水位限制的水电站有二滩、宝珠寺、大洪河、龚嘴、狮子滩等，计算时将其转换为对应的库容限制。受水头限制出力降低的电站有二滩、宝珠寺、龚嘴、彭水 4 个。另有宝珠寺电站承担库内取水灌溉任务，一旬的取水量为 26.244 百万 m^3。

从下表所列成果可看出，用本方法计算的二滩电站系统中水年蓄水期发电量 120.27 亿 kW·h，弃水电量 55.36 亿 kW·h；用常规方法算得该电站同期系统可吸收电量为 90.28 亿 kW·h，弃 26.5 亿kW·h，优化计算所得发电量比二者之和增加 3.49 亿kW·h。又如龚嘴、宝珠寺的优化发电量和弃水电量分别为 26.49 亿 kW·h、19.60 亿kW·h和 12.94 亿 kW·h、0.03 万 kW·h；用常规方法得到的发电量和弃水量则分别为 16.72 亿 kW·h、15.06 亿 kW·h和 6.93 亿 kW·h、0.99 亿 kW·h。以上表明，通过优化计算，可使各水电站的发电量有较大幅度增加。计算成果是满意的，计算方法是可靠的。

（下转50页）

因时而异的，与之有关的库岸稳定性也必然随时间而变化，因此笼统地讨论蓄水后库岸稳定性将是没有意义的。只有在掌握上述几方面变化规律的基础上才能预测库岸稳定性随时间的变化趋势。掌握蓄水后影响库岸稳定性条件的变化将是此项研究的重点。

（二）拟建大型水库，如三峡水库川江段，应重视条件相似水库的调研及总结。四川红层中是否会发生水库边岸再造，以及其塌岸规律等仍需依靠对已建水库的调查研究才能预测。

（三）重视定量预报滑坡发生时间方法的验证及研究。

（四）水库正常运行期的库岸变化规律，及其对库岸稳定性的影响，应在库水位达正常高水位后进行研究，此阶段的研究，不能忽视有关库岸形态变化规律的研究。

（五）本文仅涉及建于较软弱岩层中的水库，对那些较坚硬岩石中的水库，不在讨论范围内。

（上接25页）

计　算　成　果　表

电站名称	装机容量（万kW）	发电量（万kW·h）	弃水电量（万kW·h）	弃水量（百万m³）
二滩	300*	1202709.46	553551.86	13891.03
宝珠寺	64	196045.03	0.03	0.01
大洪河	3.5	3120.75	0.00	0.00
彭水	40	174017.08	532778.60	28907.14
龚嘴	70	264944.58	129445.76	12553.24
铜街子	60	24338.35	47463.47	6388.45
狮子滩	4.8	3347.54	0.00	0.00
上硐	1.05	1847.67	0.00	0.00
回龙寨	1.6	1062.11	0.00	0.00
下硐	3	2361.60	0.00	0.00

* 现已改装330万kW。

五、结　语

1.笔者提出的修正0.618法，扩大了逐步最优化法的应用范围。同时，也使0.618法能应用于有约束问题，不增加计算量。修正0.618法的使用，可使在选择水库的初始库容轨迹线时，不必使各时段的发电量均大于相应的保证电量。通过反复迭代，保证电量约束将逐渐得到满足。

2.本文逐步最优算法不存在“维数灾”问题，因为整个计算过程中仅有一条水库轨迹线内存于计算机。因此，本算法适用于多梯级电站的联合优化调度计算。

3.与动态规划相比，逐步最优化算法无需将状态空间离散化，因此可以求得较为精确的结果。收敛是单调的，并可达到整体最优解。

4.计算速度快。本文对10个电站蓄水期的优化，在M—340S机上仅运行1分钟。