

应用层次分析法

优选以发电为主的水库正常蓄水位

王 黎

(陕西机械学院水利水电学院)

提 要

以发电为主水库正常蓄水位的选择,涉及到社会、政治、经济、技术、环境等相互关联、相互制约的众多影响因素,是水利电力大系统中多层次、多目标,而且难于完全用定量进行分析决策的复杂问题。为了做出最优决策,本文应用层次分析法,把复杂问题层次化,形成一个多层次的的分析结构模型,并通过两两因素的对比,逐层比较多种关联因素,最终把该问题归结为最低层(待选的水库正常蓄水位方案),相对于最高层(总目标)的相对重要性权值的确定。通过实例说明,该法为解决这一问题提供了一种新的、简洁的和实用的方法。

一、前 言

在水电站的设计中,正常蓄水位是水库设计的主要参数,它关系到水利枢纽的规模,水工建筑物及有关设备的投资,水库的综合利用效益、淹没损失以及对上下游生态环境和水质的影响,地区发展等。随着正常蓄水位的增高,水电站的保证出力、装机容量和多年平均年发电量等指标也随着增加;提高正常蓄水位,可增加水库的容积;有利于水库削减洪峰,减少下泄流量,提高下游地区的防洪标准或减少堤防和其它防洪措施;正常蓄水位的增高,可以加大水库的兴利库容,增加调节水量,增大灌溉控制面积;正常蓄水位的增高,加大水库容积,有利于调节天然径流,加大航运期的下泄流量,改善航运条件。但是,水利枢纽的投资和运行费用随蓄水位的增高而递增,增加了耕地的淹没和迁移居民,有时还造成铁路、工矿企业的迁建。对库区,还可能由于地下水位的抬高引起浸没和土地盐碱化。除此而外,随着蓄水位的增高,不可避免地带来水库环境的有利和不利影响。

可见,正常蓄水位的选择是一项关系到地区经济发展、国民经济各部门的效益,并直接或间接地影响广大人民群众利益的重大技术、经济、政治和生态环境问题,它是一个由相互关联、相互制约的众多因素所构成,难于完全用定量进行分析的复杂问题。

层次分析法 (Analytical Hierarchy Process 简称 AHP) 是美国运筹学家、匹兹堡大学教授 T.L.Saaty 在70年代初提出来的。它把复杂问题中的各种因素通过

• 本文承蒙马光文博士的指导帮助, 谨此致谢。

划分相互联系的有序层次使之条理化，根据对一定客观现实的判断就每一层次的相对重要性给予定量表示，利用数学方法确定表达每一层次的全部元素的相对重要性次序的权值，并通过排序结果分析和决策。

二、层次分析法基本原理

用层次分析法确定以发电为主的水库正常蓄水位，首先要把问题层次化。即根据以发电为主水库的特点和要达到的总目标，考虑其影响因素，并按照决策准则或因素间的相互关联影响以及隶属关系将因素按不同层次聚集组合，可划分为下面几类。

1. 社会经济

主要包括发电和其它综合利用的直接或间接社会经济收益及其费用。通常包括水电站的保证出力、年发电量、装机容量、装机年利用小时数、总投资、净效益、耕地淹没、移民安置、库区浸没、总工程量、施工工期、水库调节性能、水产养殖、航运、工业民用供水、洪水控制、旅游等有利和不利因素。

2. 生态环境

主要包括地球物理影响（如地貌、悬移质、推移质、淤积和沉淀、边坡稳定、诱发地震、淹没、泥石流等），对水的影响（如生物、物理和化学、矿化度、固体含量混浊度、水温、蒸发、河川径流、水量损失等）。对陆生植物和水生植物的影响（如森林、耕作土地、高等植物、浮游植物、稀有的受危害的植物等）。对陆栖动物和水生动物的影响（如哺乳动物、鸟类、爬行和两栖类、经济鱼种、其它鱼种、浮游动物、稀有的受危害的动物等）以及由于水库所造成的局部气候等。

3. 技术

坝址及库区的地形地质条件，劳动力、建筑材料和设备的供应以及其它技术方面影响因素。

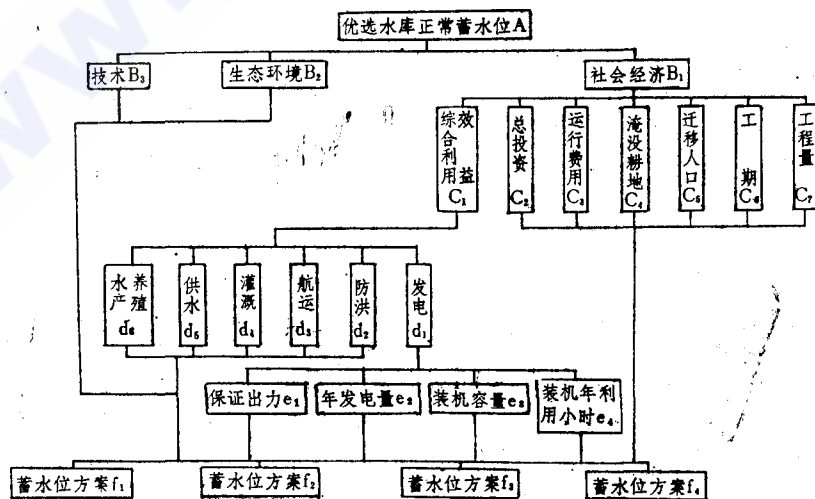


图 1

根据上述分析,我们可以构造出如图1所示由六层组成的某水库蓄水位选择的层次分析结构模型。最高目标层为优选水库正常蓄水位,中间有四层,最低层为待选的水库正常蓄水位方案。这样,就把水库蓄水位选择的问题归结为最低层(待选的方案)相对于最高层(优选水库正常蓄水位)的相对重要性权值的确定或相对优劣次序的排序问题。

在排序计算中,每一层次的因素相对上一层次某一因素的相对重要性又可简化为一系列成对因素的判断比较。为了将比较判断定量化,层次分析法引入1~9比率标度方法,并写成矩阵形式构成判断矩阵。假定A层因素中 A_k 与下一层次中 B_1, B_2, \dots, B_n 有联系,所构造的判断矩阵一般取如下形式

$$\begin{array}{c|cccc} A_k & B_1 & B_2 & \dots & B_n \\ \hline B_1 & b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ B_2 & b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_n & b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{array}$$

其中 b_{ij} 表示对于 A_i 而言, B_j 对 B_i 相对重要的数值表现形式,通常 b_{ij} 取1、2、...、9及它们的倒数,其含义为

- 1 表示 B_i 比 B_j 同样重要(优);
- 3 表示 B_i 比 B_j 稍微重要(优);
- 5 表示 B_i 比 B_j 明显重要(优);
- 7 表示 B_i 比 B_j 强烈重要(优);
- 9 表示 B_i 比 B_j 极端重要(优);

它们之间的数2、4、6、8及各数的倒数有相应的类似定义。

显然有 $b_{ii}=1, b_{ij}=1/b_{ji} (i, j=1, 2, \dots, n)$

形成判断矩阵后,根据判断矩阵计算,对于上一层某元素而言,本层次与之有联系元素的重要性次序的权值,它是对层次所有元素针对上一层而言的重要性进行排序的基础,这就是层次单排序。根据矩阵理论,判断矩阵在满足完全一致性条件下,具有唯一非零的,也是最大的特征根 $\lambda_{max}=n$, n 为矩阵阶数,且除 λ_{max} 外,其余特征根为零。于是,层次单排序可以归结为计算判断矩阵的特征根和特征向量问题,即对判断矩阵 B ,计算满足

$$BW = \lambda_{max}W$$

的特征根与特征向量。式中 λ_{max} 为 B 的最大特征根, W 为对应于 λ_{max} 的正规化特征向量, W 的分量 W_i 即是相应元素单排序的权值。

应用层次分析法,保持判断思维的一致性是非常重要的,所谓判断一致性,是指判断矩阵 B 有如下关系

$$b_{ij} = b_{ik}/b_{jk} \quad i, j, k = 1, 2, \dots, n$$

这时的判断矩阵具有完全一致性。但是,在一般情况下,决策者不可能给出精确的判断,只能进行估计判断。这样,就不能保证判断矩阵具有完全一致性。但其最大特征

根稍大于矩阵阶数 n ，且其余特征根接近于零，即所谓满意一致性。这样，基于层次分析法得出的结论才是基本合理的。由于正常蓄水位选择的复杂性和人们认识判断上的多样性，以及可能产生的片面性，要求每一个判断都有完全的一致性显然是不可能的，特别是因素多规模大更是如此。因此，为了保证应用层次分析法得到的结论基本合理，还需要对构成的判断矩阵进行一致性检验。于是，层次分析法引入判断矩阵最大特征根以外的其余特征根的负平均值，作为度量判断矩阵偏离一致性的指标，即用

$$CI = (\lambda_{max} - n) / (n - 1)$$

检查决策者判断思维的一致性。为了衡量判断矩阵是否具有满意的一致性，层次分析法又引入了判断矩阵的平均随机一致性指标 RI 值（见表1），并且当 $CR = CI/RI \leq 0.10$ 认为判断矩阵具有满意的一致性。

表 1

阶数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
RI	0.00	0.00	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45

利用同一层次中所有层次单排序的结果，就可以计算针对上一层次而言本层次所有元素的权值，即所谓层次总排序。层次总排序需要从上到下逐层顺序进行，对于最高层下面的第二层，其层次单排序即为总排序。假定上一层次所有元素 A_1, A_2, \dots, A_m 的总排序已完成得到的权值分别为 a_1, a_2, \dots, a_m ，与 a_i 对应的本层次元素 B_1, B_2, \dots, B_n 单排序的结果为 $b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{in}$ ，于是有如下的层次总排序表

层次 B	层次 A	A_1, A_2, \dots, A_m	B 层次
		a_1, a_2, \dots, a_m	总排序
B_1		$b_{11}, b_{12}, \dots, b_{1m}$	$\sum_{i=1}^m a_i b_{1i}$
B_2		$b_{21}, b_{22}, \dots, b_{2m}$	$\sum_{i=1}^m a_i b_{2i}$
\vdots		\vdots	\vdots
B_n		$b_{n1}, b_{n2}, \dots, b_{nm}$	$\sum_{i=1}^m a_i b_{ni}$

假设 B 层次为最低层，将 $\max_{1 \leq j \leq n} \left\{ \sum_{i=1}^m a_i b_{ij} \right\}$ 相应的水库正常蓄水位作为最优选择方案。

不过，和单排序进行一致性检验一样，为评价层次总排序的计算结果的一致性，需要计算检验量 CR

$$CR = CI/RI$$

- 式中 CR ——层次总排序随机一致性比例；
 CI ——层次总排序一致性指标；
 RI ——层次总排序随机一致性指标；

$$CI = \sum_{i=1}^m a_i CI_i$$

式中 CI_i 为与 a_i 对应的 B 层次中判断矩阵的一致性指标,

$$RI = \sum_{i=1}^m a_i RI_i$$

式中 RI_i 为与 a_i 对应的 B 层次中判断矩阵的随机一致性指标。

一般当 $CR \leq 0.10$ 认为层次总排序的计算结果具有满意的一致性。

从上面的分析可以看出, 层次分析法计算的主要问题是如何计算判断矩阵的最大特征根及其对应特征向量, 本文采用了方根法, 其计算步骤如下:

(1) 计算判断矩阵每一行元素的乘积 M_i ;

$$M_i = \prod_{j=1}^n b_{ij}, \quad i=1, 2, \dots, n$$

(2) 计算 M_i 的 n 次方根 \bar{W}_i ;

$$\bar{W}_i = \sqrt[n]{M_i}$$

(3) 对向量 $\bar{W} = [\bar{W}_1, \bar{W}_2, \dots, \bar{W}_n]^T$ 正规化, 即

$$W_i = \bar{W}_i / \sum_{j=1}^n \bar{W}_j$$

则 $W = [W_1, W_2, \dots, W_n]^T$ 即为所求的特征向量。

(4) 计算判断矩阵的最大特征根 λ_{\max}

$$\lambda_{\max} = \sum_{i=1}^n (AW)_i / nW_i$$

式中 $(AW)_i$ 表示向量 AW 的第 i 个元素。

综上所述, 应用层次分析法确定水库正常蓄水位的基本步骤可概括为

- (1) 建立层次结构模型;
- (2) 构造判断矩阵;
- (3) 层次单排序和一致性检验;
- (4) 层次总排序和一致性检验;
- (5) 根据总排序结果, 选出最优蓄水位方案。

三、实 例

国家“七五”重点建设项目, 四川省某大型水电站, 为季调节水库, 主要任务为发电。同时利用水库发展水产养殖、航运和工业与民用供水, 灌溉及防洪。经可行性研究, 并结合水工、施工的技术要求及上游梯级衔接情况, 拟定了 1195 m、1200 m、

1205 m、1210 m 四个正常蓄水位方案（即分别为图 1 中的方案一、二、三、四），各正常蓄水位方案动能经济指标如表 2 所示。从动能经济指标看，随着正常蓄水位的增高，水库调节能力增加，各方案的保证出力和年发电量均有增长，但其增值变化不大。从电力系统供需平衡看，各方案都可满足电力电量平衡要求。从地质上看，坝址具有建高坝的良好基础条件。从工程量和工期方面看，各方案的工程量变化不大。和其它水库一样，该水库对社会经济的主要不利影响是水库淹没损失和随之而来的移民安置问题。该水库对自然环境及生态环境各方案均有有利和不利影响。

表 2 各方案动能经济指标

项目	方案单位	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄
正常蓄水位	m	1195	1200	1205	1210
装机容量	万 kW	292	300	308	316
保证出力	万 kW	94.7	100	105.5	111
年发电量	亿 kW·h	156.67	162	167.34	172.92
年利用小时数	h	5365	5400	5433	5472
总投资	万元	384988	391867	401905	414647
工期	年	12.5	12.8	13.4	13.6
主要工程量	万 m ³	1259	1309	1395	1536
淹没耕地	亩	23578	24841	26178	27378
迁移人口	人	20022	21917	23022	24522

根据该水库的特点，本文把优选正常蓄水位问题划分为 A、B、C、D、E、F 六个层次，如图 1 所示，根据各层次各因素的重要性关系构造判断矩阵，所得判断矩阵及相应计算结果如下：

1. 判断矩阵 A-B

A	B ₁	B ₂	B ₃	W	
B ₁	1	5	7	0.74	$\lambda_{max} = 3.014$ $CI = 0.007$ $RI = 0.58$ $CR = 0.012 < 0.10$
B ₂		1	2	0.17	
B ₃			1	0.09	

2. 判断矩阵 B₁-C

B ₁	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	W	
C ₁	1	3	9	5	6	7	7	0.43	$\lambda_{max} = 7.399$ $CI = 0.066$ $RI = 1.32$ $CR = 0.05 < 0.10$
C ₂		1	7	5	6	4	4	0.26	
C ₃			1	1/4	1/6	1/2	1/2	0.03	
C ₄				1	2	3	3	0.11	
C ₅					1	2	2	0.08	
C ₆						1	1	0.05	
C ₇							1	0.05	

3. 判断矩阵 C_1-D

C_1	a_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	W	
d_1	1	7	5	9	8	4	0.52	$\lambda_{max} = 6.456$
d_2		1	1/2	1	1/3	1/2	0.05	$CI = 0.091$
d_3			1	5	4	3	0.19	$RI = 1.24$
d_4				1	1/3	1/5	0.04	
d_5					1	1	0.09	$CR = 0.074 < 0.10$
d_6						1	0.11	

4. 判断矩阵 d_1-F

d_1	e_1	e_2	e_3	e_4	W	
e_1	1	5	7	8	0.63	$\lambda_{max} = 4.176$
e_2		1	4	3	0.20	$CI = 0.059$
e_3			1	2	0.08	$RI = 0.9$
e_4				1	0.06	$CR = 0.065 < 0.1$

6. 判断矩阵 e_2-F

e_2	f_1	f_2	f_3	f_4	W	
f_1	1	1	1/2	1/2	0.17	$\lambda_{max} = 4.06$
f_2		1	1	1/2	0.20	$CI = 0.02$
f_3			1	1	0.29	$RI = 0.9$
f_4				1	0.34	$CR = 0.02 < 0.1$

8. 判断矩阵 e_4-F

e_4	f_1	f_2	f_3	f_4	W	
f_1	1	1/4	3	5	0.27	$\lambda_{max} = 4.251$
f_2		1	3	5	0.53	$CI = 0.084$
f_3			1	2	0.13	$RI = 0.9$
f_4				1	0.07	$CR = 0.093 < 0.1$

10. 判断矩阵 d_3-F

d_3	f_1	f_2	f_3	f_4	W	
f_1	1	1	1/2	1/2	0.17	$\lambda_{max} = 4.06$
f_2		1	1	1/2	0.20	$CI = 0.02$
f_3			1	1	0.29	$RI = 0.9$
f_4				1	0.31	$CR = 0.022 < 0.1$

12. 判断矩阵 d_5-F

d_5	f_1	f_2	f_3	f_4	W	
f_1	1	1/3	1/2	1/2	0.11	$\lambda_{max} = 4.156$
f_2		1	4	5	0.56	$CI = 0.052$
f_3			1	1	0.17	$RI = 0.9$
f_4				1	0.16	$CR = 0.058 < 0.1$

5. 判断矩阵 e_1-F

e_1	f_1	f_2	f_3	f_4	W	
f_1	1	1	1/2	1/2	0.17	$\lambda_{max} = 4.06$
f_2		1	1	1/2	0.20	$CI = 0.02$
f_3			1	1	0.29	$RI = 0.9$
f_4				1	0.34	$CR = 0.02 < 0.1$

7. 判断矩阵 e_3-F

e_3	f_1	f_2	f_3	f_4	W	
f_1	1	1/2	1/2	2	0.19	$\lambda_{max} = 4.184$
f_2		1	2	4	0.45	$CI = 0.061$
f_3			1	1	0.23	$RI = 0.9$
f_4				1	0.13	$CR = 0.068 < 0.1$

9. 判断矩阵 d_2-F

d_2	f_1	f_2	f_3	f_4	W	
f_1	1	1	1/2	1/2	0.17	$\lambda_{max} = 4.06$
f_2		1	1	1/2	0.20	$CI = 0.02$
f_3			1	1	0.29	$RI = 0.9$
f_4				1	0.34	$CR = 0.022 < 0.1$

11. 判断矩阵 d_4-F

d_4	f_1	f_2	f_3	f_4	W	
f_1	1	1/4	1/2	1/2	0.09	$\lambda_{max} = 4.148$
f_2		1	3	5	0.55	$CI = 0.049$
f_3			1	1	0.48	$RI = 0.9$
f_4				1	0.18	$CR = 0.055 < 0.1$

13. 判断矩阵 d_6-F

d_6	f_1	f_2	f_3	f_4	W	
f_1	1	1/5	1/4	1/3	0.06	$\lambda_{max} = 4.207$
f_2		1	4	6	0.59	$CI = 0.069$
f_3			1	2	0.21	$RI = 0.9$
f_4				1	0.13	$CR = 0.077 < 0.1$

14. 判断矩阵 c_2-F

c_2	f_1	f_2	f_3	f_4	W	
f_1	1	2	3	4	0.43	$\lambda_{max}=4.265$
f_2		1	5	6	0.38	$CI=0.088$
f_3			1	3	0.13	$RI=0.9$
f_4				1	0.07	$CR=0.098<0.1$

15. 判断矩阵 c_3-F

c_3	f_1	f_2	f_3	f_4	W	
f_1	1	2	3	3	0.42	$\lambda_{max}=4.198$
f_2		1	4	5	0.36	$CI=0.066$
f_3			1	2	0.13	$RI=0.9$
f_4				1	0.07	$CR=0.073<0.1$

16. 判断矩阵 c_4-F

c_4	f_1	f_2	f_3	f_4	W	
f_1	1	2	3	4	0.43	$\lambda_{max}=4.265$
f_2		1	5	6	0.38	$CI=0.088$
f_3			1	3	0.13	$RI=0.9$
f_4				1	0.07	$CR=0.098<0.1$

17. 判断矩阵 c_5-F

c_5	f_1	f_2	f_3	f_4	W	
f_1	1	2	3	3	0.42	$\lambda_{max}=4.198$
f_2		1	4	5	0.36	$CI=0.066$
f_3			1	2	0.13	$RI=0.9$
f_4				1	0.09	$CR=0.073<0.1$

18. 判断矩阵 c_6-F

c_6	f_1	f_2	f_3	f_4	W	
f_1	1	1	2	2	0.32	$\lambda_{max}=0.046$
f_2		1	2	3	0.36	$CI=0.015$
f_3			1	2	0.19	$RI=0.9$
f_4				1	0.12	$CR=0.017<0.1$

19. 判断矩阵 c_7-F

c_7	f_1	f_2	f_3	f_4	W	
f_1	1	1	2	3	0.34	$\lambda_{max}=4.031$
f_2		1	3	4	0.40	$CI=0.01$
f_3			1	2	0.16	$RI=0.9$
f_4				1	0.10	$CR=0.011<0.1$

20. 判断矩阵 B_2-F

B_2	f_1	f_2	f_3	f_4	W	
f_1	1	1/2	2	3	0.29	$\lambda_{max}=4.071$
f_2		1	3	4	0.41	$CI=0.024$
f_3			1	2	0.19	$RI=0.9$
f_4				1	0.11	$CR=0.026<0.1$

21. 判断矩阵 B_3-F

B_3	f_1	f_2	f_3	f_4	W	
f_1	1	1	2	3	0.33	$\lambda_{max}=4.066$
f_2		1	4	5	0.44	$CI=0.022$
f_3			1	2	0.15	$RI=0.9$
f_4				1	0.09	$CR=0.024<0.1$

层次总排序结果如下。

	层次B	B_1	B_2	B_3	C 层次总排序
层次C		0.74	0.17	0.09	
C_1		0.43	0	0	0.318
C_2		0.26	0	0	0.192
C_3		0.03	0	0	0.022
C_4		0.11	0	0	0.081
C_5		0.08	0	0	0.059
C_6		0.05	0	0	0.037
C_7		0.05	0	0	0.037

$CI=0.00518$

$RI=0.4292$

$CR=0.012<0.10$

C层次	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	D层次 总排序
d_1	0.52	0	0	0	0	0	0	0.1654
d_2	0.05	0	0	0	0	0	0	0.0159
d_3	0.19	0	0	0	0	0	0	0.0604
d_4	0.04	0	0	0	0	0	0	0.0127
d_5	0.09	0	0	0	0	0	0	0.0286
d_6	0.11	0	0	0	0	0	0	0.0350

CI = 0.0289 RI = 0.3943 CR = 0.074 < 0.1

D层次	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	E层次 总排序
e_1	0.66	0	0	0	0	0	0.1091
e_2	0.20	0	0	0	0	0	0.0330
e_3	0.08	0	0	0	0	0	0.0132
e_4	0.06	0	0	0	0	0	0.0099

CI = 0.0097 RI = 0.1488 CR = 0.065 < 0.1

F层次	f_1	f_2	f_3	f_4
c_2	0.192	0.43	0.38	0.13
c_3	0.022	0.42	0.36	0.13
c_4	0.081	0.43	0.38	0.13
c_5	0.059	0.42	0.36	0.13
c_6	0.037	0.32	0.36	0.19
c_7	0.037	0.34	0.40	0.16
d_2	0.0159	0.17	0.20	0.29
d_3	0.0604	0.17	0.20	0.29
d_4	0.0127	0.09	0.55	0.18
d_5	0.0286	0.11	0.56	0.17
d_6	0.035	0.06	0.59	0.21
e_1	0.1091	0.17	0.20	0.29
e_2	0.033	0.17	0.20	0.29
e_3	0.0132	0.19	0.45	0.23
e_4	0.0099	0.27	0.53	0.13
B_2	0.17	0.29	0.41	0.19
B_3	0.09	0.33	0.44	0.15
总排序	0.30	0.37	0.18	0.15

$$CI = 0.0314 \quad RI = 0.905 \quad CR = 0.034 < 0.10$$

取权值最大所对应的方案（即 f_2 ，正常蓄水位1200m）为被选择方案，它与原设计方案相同。

四、结 论

1. 层次分析法是分析复杂问题的一种简便方法，它具有高度的逻辑性、灵活性、系统性和简洁性等特点，可以同时考虑定性和定量因素，尤其是对人们判断起重要作用的因素。

2. 构造判断矩阵是AHP的关键一步。不同的决策人对同一事物可能会给出不同的判断值。不同的判断值，所选方案可能不一样，所以应请对所决策问题有专门研究的人来作判断。只有决策人对问题的矛盾和环境了解得深透，得到的判断越合理。

总之，AHP为解决水利电力大系统中多层次、多目标决策问题提供了新的途径。

主要参考文献

- [1] 赵焕臣等，层次分析法——一种简易的新决策方法，科学出版社，1986年
- [2] 刘豹等，系统工程导论，机械工业出版社，1986年
- [3] Saaty, T.L., The Analytical Hierarchy Process, McGraw-Hill Inc, New York, 1980