

水文随机模型的应用

邓育仁 高荣松 丁晶

(成都科技大学)

《随机水文学》技术讲座,讲述了随机水文的基本知识,着重介绍了水文随机模型。本文略谈水文随机模型在水利水电工程规划设计,水质预报等诸方面的具体应用。

水资源系统的规划和运用中所采用的历史水文资料,通常都不长,这种特定的系列又不会以相同的形式在未来运行中重现,因此这种资料很难满足这方面的要求。由于水文气象现象的随机性,在中长期水文气象预报中,较难采用确定性模型。在水文统计中,常遇到不少理论上的问题,由于这些问题在理论上的复杂性和数学解析上的不可能性,往往无法求解。这些问题利用随机水文学的原理,建立水文随机模型,藉助蒙特卡洛法(统计试验法),就有可能得到较好的解决。由于水文随机模型的应用十分广泛,本文只能例举一些实际问题说明应用的情况。

(一) 在水利水电工程规划设计和控制中的应用

1. 在兴利调节方面 如年调节水库,按照某种供水要求,推求一定保证率为 P 的设计库容 $V_{兴P}$ 时,当设计断面有足够长且代表性高的径流系列时,用长系列操作法进行调节计算,绘出库容频率曲线,从而查出 $V_{兴P}$,显然其设计保证率概念明确,成果较为可靠。但由于一般水文系列不长,由此绘出的库容频率曲线不稳定,缺乏代表性, $V_{兴P}$ 可能有较大误差(特别是在多年调节中,短期水文系列,更难反映河川径流一连串枯水年出现的特征,其误差更大)。若采用水文随机模拟方法,便可生成所需足够长的系列(或称模拟系列),再由长系列操作法确定 $V_{兴P}$ (或调节流量),显然更为合理。

2. 在防洪调节方面 工程设计要求的调洪库容(与兴利调节中的设计库容类似)应是调洪库容频率上符合一定设计标准的那个调洪库容 $V_{调P}$ 。由于设计标准一般很小,如1%,0.1%甚至0.01%,所以由不太长水文系列,用历时法推求 $V_{调P}$,比 $V_{兴P}$ 计算的问题更为突出。因此一般用简化的设计洪水过程线方法推求 $V_{调P}$,而简化法存在难于克服的缺点。若用洪水过程随机模拟方法生成足够多的洪水过程线,按水库规定的调洪规则逐条调洪计算,可绘出调洪库容(或下泄流量)频率曲线,从而查出较为合理的 $V_{调P}$ (或下泄流量)。

3. 在水资源系统最优化控制方面 如水库在 Δt 时段最优控制泄放水量的决策,这与该系统中河川径流随机输入的系列密切相关。若用水文随机模型描述这个系列,并以它作为系统的随机输入,根据拟定的控制程序对每一个生成的入流过程计算泄放水量过程,作为系统输出。再根据 Δt 时段内泄放水量的概率分布,按某种标准(如数学期望)作出 Δt 时段的决策——泄放水量。其后的时段亦按此进行。

从以上几个方面看出,调节计算不仅与径流过程与洪水过程的统计参数有关,而且

与径流过程和洪水过程时序变化的多样性密切相关。现行的调节计算方法所依据的仅是一个特定的径流（或洪水）过程，尚不能正确反映水库未来工作中的一切可能情况，而生成系列（模拟系列）则考虑了所有可能径流（或洪水）系列在时序上的组合信息（如径流丰枯水交替的多样性，洪水过程形状的多变性等特点），因此降低了径流系列（或洪水过程）在时序组合方面的抽样误差（在统计参数相同时），从而提高了设计成果的精度。

（二）在水文和水质预报中的应用

由水文或水质实测样本系列直接建立有关的随机模型，由此进行水文或水质预报。

如由某断面实测年径流系列，建立年径流量（以单位均值 1 表示）自回归随机模型为：

$$Q_{t+1} = 1 + 0.670(Q_{t+1-1} - 1) - 0.107(Q_{t+1-2} - 1) + 0.200(Q_{t+1-3} - 1) + \varepsilon_{t+1}$$

式中 Q 为年平均流量， l 为预见期， ε 为随机项。

已知 1938 年、1939 年和 1940 年实测年平均流量为 0.905、0.897 和 0.872，则 1941 年、1942 年和 1943 年由上模型预报的年平均流量分别为 0.906、0.930 和 0.938。当给定显著水平 $\alpha = 0.05$ 时，预报 95% 置信限分别为 (1.024, 0.788)，(1.072, 0.788) 和 (1.085, 0.791)。为提高预报精度，可进行现时改正预报。

又如某断面，建立起四日平均溶解氧过程的自回归随机模型：

$$x_t = -0.020 + 0.421x_{t-1} + 0.128x_{t-2} + 0.451x_{t-3} + \varepsilon_t$$

当已知前三个时段的四日平均溶解氧时，则可预报第四个时段溶解氧。

再如“长办”用季节性自回归滑动平均求和模型（ARIMA 模型），预报汉口站月最高水位，获得满意的结果。此外，用卡尔曼滤波作水文预报也取得进展。

在预报误差的分析中，也常用随机模型来预报将来的误差，以提高预报精度。

（三）在水文统计中的应用

在水文统计（包括水文计算等）中常有一些问题在理论上得不到确切解，当由研究问题建立起随机模型，藉助蒙特卡洛法便可求得近似结果。

如研究用矩法估计统计参数的影响时，先建立起纯随机模型（如皮尔逊 III 型），指定总体的统计参数值（如均值为 1000，离势系数 C_v 为 0.5，偏态系数 C_s 为 2.0），在这模型上进行抽样，即生成样本容量（ n ）相等的若干组样本，则可计算出平均的均值和 C_v 、 C_s 。由 500 个样本计算出不同样本容量的均值和均方差以及设计值（表 1）。它们与总体对应参数和设计值比较，可看出矩法公式计算统计参数和设计值平均来说是系统偏小，但随 n 的增加，有所改善。

对于均值 \bar{x} 的均方差的理论公式为：

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{x}} = \frac{C_v \cdot \bar{x}}{\sqrt{n}} = \frac{0.5 \times 1000}{\sqrt{n}} = \frac{500}{\sqrt{n}}$$

当 $n=20$ 时，理论值 $\sigma_{\bar{x}} = \frac{500}{\sqrt{20}} = 111.8$ ，表 1 中的试验近似值为 109.7；当 $n=50$

时, 理论值 $\sigma_x = \sqrt{\frac{500}{50}} = 70.7$, 表 1 中近似值为 71.9, 两者结果比较接近。

表 1 矩法统计试验成果表

| n | 均值或 均方差 | \bar{x} | C_v | C_s | $X_{1\%}$ | $X_{0.1\%}$ |
|----|------------|-----------|-------|-------|-----------|-------------|
| 20 | 均值 | 997.9 | 0.456 | 1.40 | 2570 | 3449 |
| | 均方差 | 109.7 | 0.108 | 0.90 | 695 | 1199 |
| 30 | 均值 | 998.7 | 0.485 | 1.68 | 2674 | 3693 |
| | 均方差 | 71.9 | 0.073 | 0.68 | 500 | 912 |
| 总体 | | 1000 | 0.500 | 2.00 | 2805 | 3955 |

又如, 用现行频率计算中适线法, 估计总体的统计参数和设计值, 其抽样误差在理论上难于估计, 仍用随机模型, 通过蒙特卡洛法, 可以近似解决这类课题。

再如, 在插补延长水文系列时, 传统上只用回归方程:

$$\hat{y} = b_0 + bx$$

插补出 x 的估计值 \hat{y} , 再与实测系列合并为一个系列进行频率计算, 求出指定的设计值。而实际的插补值, 应加上随机项 ε 的影响, 即:

$$\hat{y} = b_0 + bx + \varepsilon$$

由于传统上未考虑 ε 的影响, 使研究系列的方差偏小。当建立起 ε 的纯随机模型时, 则可生成 ε 系列, 并加在插补的 \hat{y} 值上, 再进行频率计算求出随机设计值。显然用一定数量的 K 组随机设计值的均值作为设计成果比较合理。

(四) 在水环境保护, 水文站网布设等方面应用

在沱江水环境保护系统分析中, 要求对污染载体——枯水流量系列作为系统输入, 我们曾成功的用解集模型描述沱江的枯水流量, 从而生成(模拟出)大量的枯水系列, 满足了系统分析的要求。

近年来随机模型还用在水文站网布设分析中, 如雨量站的布设, 应研究雨量特征在空间上和時間上的相关结构, 这种研究就涉及到我们在讲座中提到的多站随机模型。

总之, 随着随机水文的发展, 计算机的普及, 水文随机模型必将得到广泛的应用。

参 考 文 献

- [1] 成都科技大学: 随机水文学, 1985年2月
- [2] 华东水利学院: 水文学的概率统计基础, 水利出版社, 1980年
- [3] N.T.Kottegoda: Stochastic Water Resource Technology, MacMillan, 1930