

重力坝深层抗滑稳定的非线性分析^{*}

周剑峰 柏显麟

(水电部成都勘测设计院)

提 要

本文主要介绍了重力坝深层抗滑稳定非线性分析方法、计算程序,内容涉及基本公式及计算方法、程序框图、工程实例以及需进一步探讨的几个问题等。

一、概 述

重力坝深层抗滑稳定的常规分析方法是“刚体极限平衡法”,它计算简便,又有工程应用经验,尽管在分析时需作些不尽合理的假定,设计人员仍乐于采用,是当前分析的主要手段。然而,它只能给出一个笼统的安全指标,对岩体的应力应变分布规律,超载或当地质指标低于预期值时的渐进破坏过程,以及各种工况下各部位所处应力和变形状态均无法了解。此外,对深层抗滑稳定起决定因素的断层、节理、层面等切割,岩体存在的“无拉力”或“小拉力”特性,及其弹塑性的本构关系均无法模拟。这些方面用有限元法计算就显出其优越性,可获得较为符合实际的分析成果,它作为与“刚体极限平衡法”相辅的手段,给工程以较全面的稳定安全度评价。本文介绍用于重力坝深层抗滑稳定分析的非线性计算程序。

二、基本公式与计算方法

1. 地基初始应力

由于基岩中存在着初始应力 $\{\sigma_0\}$,抗滑稳定分析应在 $\{\sigma_0\}$ 的基点上进行,所以 $\{\sigma_0\}$ 首先应予确定。岩体的初始应力主要由自重与构造力所致,对埋藏不深的地下洞室及重力坝抗滑稳定分析时,由于离地表较近,可认为构造应力已释放,以自重应力来代替初始应力。自重应力由岩体的自重与地面边界条件而定,可分两种情况:

^{*}参加工作的有黄辉麟、黄文学、杜锡成同志。

(1) 地表水平(或接近水平)的情况

图1中点A距地表深 y 。 γ_i 、 h_i 表示第 i 层岩体的容重与厚度, A点的自重应力可按式求得:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y &= \sum_i \gamma_i h_i \\ \sigma_x &= \mu \sigma_y \\ \tau_{xy} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

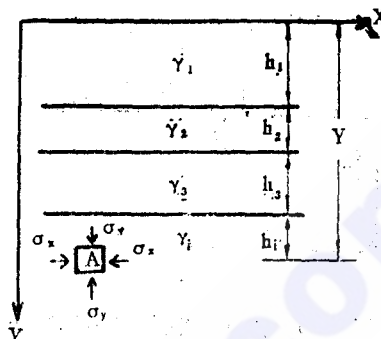


图 1

式中 μ ——侧压力系数;

γ_i ——当原河道有水时 γ_i 应取浮重。

(2) 地表为一般情况

X方向进行分区后,用(1)法计算。当岩层各层间或本层内的物理力学指标不均一,或其它复杂情况时,可将自重作为体力。

在求埋藏较深的岩体初始应力时,应考虑构造应力,可由现场应力量测求得。

$\{\sigma_0\}$ 求得后,其相应的变位不应计入位移矢量中,原因是我们考虑建筑物修建前该部分位移业已完成。

2. 坝基开挖效果模拟

坝基开挖效果模拟是重要的,直接影响着岩体的应力状态及稳定性。在 $\{\sigma_0\}$ 求得后,采用克劳夫及邓肯(CLOUGH和DUNCAN)提出的由开挖线上的 $\{\sigma_0\}$ 来计算“释放荷载”。

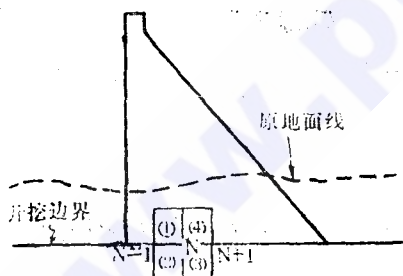


图 2

图2给出经离散后化的结构,在开挖边界线上有结点……, $(N-1)$, (N) , $(N+1)$, ……每个结点周围都有若干单元。例如,结点 (N) 周围有单元①, ②, ③, ④,其应力可按式插值:

$$\sigma_N = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy \quad (2-2)$$

待定系数 $\alpha_1 \sim \alpha_4$ 由单元①~④中心处的应力分量及坐标值求得。

当按式(2-2)求得各结点的 σ_N 后,为模拟开挖效应,可将 $-\sigma_N$ 作用于开挖线上的各结点,并假定各结点间的应力为线性变化,将此组应力作为外荷载,对开挖后的“剩余”结构进行非线性分析,即可求得卸荷应力 $\{\sigma'\}$ 、卸荷位移 $\{u'\}$,此时地基中的应力场 $\{\sigma_0'\}$ 、位移场 $\{u_0'\}$ 按下式求得:

$$\left. \begin{aligned} \{\sigma_0'\} &= \{\sigma_0\} + \{\sigma'\} \\ \{u_0'\} &= \{u'\} \end{aligned} \right\} \quad (2-3)$$

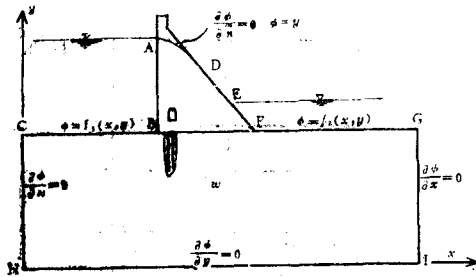


图 3

3. 坝基渗流场及等效结点力

(1) 坝基渗流场

图3为挡水重力坝断面。坝体与地基中的渗流场分析域 ω 由ABCHIGFED所围成，AD为浸润线。取水头函数

$$\phi(x, y) = y + \frac{p}{\gamma_w} \quad (2-4)$$

假定在 ω 域内渗流服从达西定律，渗流场的水头函数 ϕ 在 ω 内应满足：

$$\frac{\partial}{\partial x} (k_x \frac{\partial \phi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (k_y \frac{\partial \phi}{\partial y}) + Q = 0 \quad (2-5)$$

其中 k_x, k_y 为 x, y 方向的渗透系数， Q 为产生水的速率，均为坐标 x, y 的函数。

①定解条件：通常考虑下列两种边界条件

a) 固定条件 水头函数在边界 L_1 上为固定值时：

$$\phi(x, y) \Big|_{L_1} = f(x, y) \quad (2-6)$$

图3中ABC、AD、DE、EFG属固定边界。

b) 自由条件 当边界 L_2 上给定流出(或流入)的流量 q 时属自由边界条件，即有下式成立：

$$k_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos(\widehat{n, x}) + k_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \cos(\widehat{n, y}) + q = 0 \quad (2-7)$$

式中 q ——单位表面的流出(或流入)量；

n ——为边界 L_2 的外法线方向。

图3中的AD、CH、HI、及IG属 L_2 边界。当 $k_x = k_y$ 及 $q = 0$ 时，边界条件退化为

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} \Big|_{L_2} = 0 \quad (2-7)'$$

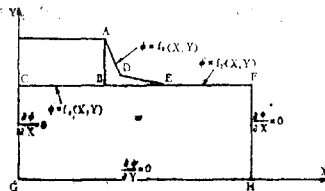


图 4

对具有自由表面的渗流问题，应先假定浸润线的位置，然后利用浸润线该满足条件(2-6)与(2-7)'多次调整浸润线位置，直到满足精度要求为止，即所谓的对浸润线进行“追踪”。

若认为坝体不透水，此时渗流区域 ω 只在地基范围内存在，并且浸润线被“压”到坝底，成为固定边界，

变为无自由表面的渗流分析,就毋需“追踪”浸润线,问题简单多了。图4为重力坝坝基稳定渗流分析的边界条件。ABC、EF属等势面,是固定边界条件,其上的水头函数为定值 f_1 与 f_2 。CG、GH、FH距坝体很远,可不计渗流影响,属式(2-7)'的自由边界。图中BE是从上游坝踵到下游渗流逸出点的距离,也属固定边界 $\phi=f_3$,图形BADE根据规范中扬压力计算部分界定。

需要说明的是 $f_3(x, y)$ 的值,应由渗透压力图形决定,即在扬压力图形中扣除浮力部分,原因是在地基初始应力中已计入浮力影响。

②刚度矩阵 在用有限元计算渗流场时,整体刚度矩阵 $[K]$ 为各单元刚度系数 $[k]^e$ 之集合,即

$$[K] = \sum_e [k]^e \quad (2-8)$$

其中 \sum_e 表示对所有单元求和,

$$[k]^e = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1m} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{m1} & k_{m2} & \dots & k_{mm} \end{bmatrix} \quad (2-9)$$

式中 $m = \begin{cases} 3 & \text{(平面三角形元);} \\ 4 & \text{(平面四边形元)}. \end{cases}$

单元刚度 $[k]^e$ 中元素 k_{ij} 由下式计算:

$$k_{ij} = \iint [k_x \frac{\partial N_i}{\partial x} \quad \frac{\partial N_j}{\partial x} + k_y \frac{\partial N_i}{\partial y} \quad \frac{\partial N_j}{\partial y}] dx dy \quad (2-10)$$

对于块体三角形单元(图5),三顶点为 i 、 j 、 m ,沿 x 、 y 方向的渗流系数分别是 k_x 、 k_y ,则其渗流单元刚度:

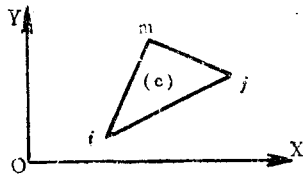


图 5

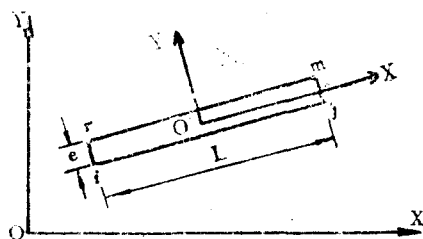


图 6

$$[k]^e = \frac{k_x}{4\Delta} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_m \\ b_j b_i & b_j^2 & b_j b_m \\ b_m b_i & b_m b_j & b_m^2 \end{bmatrix} + \frac{k_y}{4\Delta} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_m \\ c_j c_i & c_j^2 & c_j c_m \\ c_m c_i & c_m c_j & c_m^2 \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

式中 Δ 为三角形 ijm 的面积,

$$\left. \begin{aligned} b_i &= y_j - y_m \\ c_i &= x_m - x_j \end{aligned} \right\} \quad (i, j, m \text{ 轮换}).$$

对于节理单元(图6):

利用式(2-10)可写出渗流单元刚度为

$$[k]^e = \frac{k'_x e}{6l} \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} + \frac{k'_y l}{6e} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

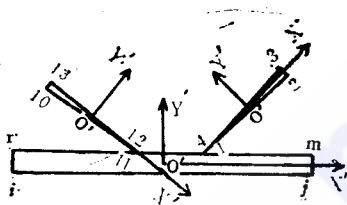


图 7

考虑到一般的节理单元, l 远大于 e 时, 可只取式(2-12)中第二项。

在复杂地基上的重力坝, 常会碰到节理单元的尖灭情况(图7)。单元 $ijmr$ 与 $10-11-12-13$ 相交, 它们的局部坐标如图, 则称单元 $10-11-12-13$ 为右尖灭的节理单元, 同样, 单元 $1-2-3-4$ 称左尖灭单元。当左尖灭时:

$$[k]^e = \frac{k'_x e}{12l} \begin{bmatrix} 6 & -3 & -3 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{k'_y l}{3e} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-12)'$$

当右尖灭时:

$$[k]^e = \frac{k'_x e}{12l} \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 & 1 \\ -3 & 6 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 2 \end{bmatrix} + \frac{k'_y l}{3e} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (2-12)''$$

由于渗流水头函数 ϕ 为纯量，同时我们取局部坐标与节理单元的各向异性主轴一致，因而按式 (2-12)、(2-12)'、(2-12)" 所求得的单元刚度在集成总刚度时不必进行矩阵转换。

将求解区域 ω 离散后，由所有的单元渗流刚度集成总刚度，由边界条件、无内源的条件组成方程组 $[K]\{\phi\} = 0$ ，求解得各结点的渗流势值 $\{\phi\}$ ，继而可求得渗流分析的其它两个量：各点的水力坡降及任一断面的渗流量。

(2) 渗流等效结点力

由渗流引起的体积力列阵为

$$\{q\} = \begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial \phi}{\partial x} \\ -\frac{\partial \phi}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\sum_{i=1}^r \frac{\partial N_i}{\partial x} \phi_i \\ -\sum_{i=1}^r \frac{\partial N_i}{\partial y} \phi_i \end{Bmatrix} \quad (2-13)$$

单元等效结点力列阵 $\{R\}^e$ 为

$$\{R\}^e = \iint [N]^T \{q\} dx dy \quad (2-14)$$

式 (2-13)、(2-14) 中 $[N]$ 为形函数矩阵。

$$r = \begin{cases} 3 & \text{(三角形单元)} \\ 4 & \text{(节理单元)} \end{cases}$$

对于块体三角形单元：

$$\{R\}^e = \frac{-t}{6} \begin{bmatrix} b_i & c_i & b_j & c_j & b_m & c_m \\ b_j & c_j & b_i & c_i & b_m & c_m \\ b_m & c_m & b_m & c_m & b_m & c_m \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_m \end{Bmatrix} \quad (2-15)$$

式中 t 为单元厚度， ϕ_i 、 ϕ_j 、 ϕ_m 为三角元三结点的水头值； b_i 、 b_j 、 b_m 、 c_i 、 c_j 、 c_m 含义同式 (2-11)。

对于节理单元：

设节理单元四个结点的水头值分别为 ϕ_i 、 ϕ_j 、 ϕ_m 、 ϕ_r ，则其单元等效结点力列阵 $\{R\}^e$ 为

$$\{R\}^e = \frac{-1}{12} \begin{bmatrix} -2e-2l & -2e & -l & -e & -l & -e & -2l \\ 2e & -l & 2e-2l & e & -2l & e & -l \\ e & l & e & 2l & 2e & 2l & 2e & l \\ -e & 2l & -e & l & -2e & l & -2e & 2l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_m \\ \phi_r \end{Bmatrix} \quad (2-16)$$

式 (2-16) 计算所得 $\{R\}^e$ ，为节理单元局部坐标内的，在应力分析右端项集合时，应进行坐标转换。

4 岩体“无拉力”或“小拉力”分析

岩体受构造结构面剧烈切割，通常抗拉强度很小，可作为“无拉力”分析；若岩体比较坚硬完整，可承受一定的拉应力 σ_c ，超过此值即发生拉裂，则属“小拉力”分析。下面以“无拉力”分析为例（“小拉力”分析相同），写出具体分析步骤。设荷载以若干级增量形式施加，拉应力转移用初应力法。

(1) 在第 i 级荷载增量施加下，对结构进行线弹性分析，得各单元的应变增量 $\Delta\{\epsilon_i\}^e$ 及应力增量 $\Delta\{\sigma_i\}^e$ ，并叠加 $(i-1)$ 级的应力 $\{\sigma_{i-1}\}$ ，即

$$\{\sigma_i\} = \{\sigma_{i-1}\} + \Delta\{\sigma_i\}^e \quad (2-17)$$

(2) 取单元局部坐标系 $x'oy'$ 与应力主向重合，利用坐标变换，求得局部坐标系中的单元主应力 $\{\sigma'_i\}$ 并逐一检验是否出现拉应力。

(3) 对出现拉应力的单元，需重新分配失衡应力（也可视为初应力的负值），其值应等于消除主拉应力前后的差值，即

$$-\{\sigma'_i\}^0 = \{\sigma'_i\}^e - \{\sigma'_i\}^\alpha \quad (2-18)$$

式中 $-\{\sigma'_i\}^0$ —— 需重新分配的初应力；

$\{\sigma'_i\}^e$ —— 消除前的主拉应力；

$\{\sigma'_i\}^\alpha$ —— 消除后的单元实际应力；

α —— 单元局部坐标与整体坐标两 x 轴的夹角。

计算时分下列两种情况：

① 两个主应力均为拉应力 由于岩体不能受拉，实际的主拉应力应为零，即

$\{\sigma'_i\}^\alpha = \{0\}$ 。由式 (2-18) 得

$$-\{\sigma'_i\}^0 = \{\sigma'_i\}^e \quad (2-19)$$

② 两个主应力异号 此时需消除主拉应力、并调整主压应力。令 $\sigma'_{i,\alpha} > 0$ ，
 $\sigma'_{i,\alpha+90^\circ} < 0$ ，因为

$$d\{\sigma'_i\}^\alpha = \begin{Bmatrix} d\sigma'_{i,\alpha} \\ d\sigma'_{i,\alpha+90^\circ} \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\epsilon'_{i,\alpha} \\ d\epsilon'_{i,\alpha+90^\circ} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2-20)$$

式中 $d\{\sigma'_i\}^\alpha$ 、 $d\epsilon'_{i,\alpha}$ 、 $d\epsilon'_{i,\alpha+90^\circ}$ 为应力增量与应变增量。

则由式 (2-20) 得

$$\left. \begin{aligned} d\sigma'_{i,a} &= D_{11}d\varepsilon'_{i,a} + D_{12}d\varepsilon'_{i,a+90^\circ} \\ d\sigma'_{i,a+90^\circ} &= D_{21}d\varepsilon'_{i,a} + D_{22}d\varepsilon'_{i,a+90^\circ} \end{aligned} \right\} \quad (2-21)$$

由消除拉应力的原则，式(2-21)的第一式应等于零，可解得

$$\sigma'_{i,a+90^\circ} = \left(-D_{21} \frac{D_{12}}{D_{11}} + D_{22} \right) d\varepsilon'_{i,a+90^\circ}$$

因而

$$d\{\sigma'_i\}^a = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \left(-D_{21} \frac{D_{12}}{D_{11}} + D_{22} \right) d\varepsilon'_{i,a+90^\circ} \\ 0 \end{array} \right\} \quad (2-22)$$

以式(2-22)代入(2-18)，可求出 $\{\sigma'_i\}^0$ 。

(4) 由 $\{\sigma'_i\}^0$ 根据

$$\{R_0\} = \sum_e \int \int [B]^T \{\sigma'_i\}^0 dx dy \cdot t \quad (2-23)$$

可求出等效结点荷载，并以 $\{R_0\}$ 为右端项，重复上述三个步骤叠代，一直进行到拉应力接近于零为止。

5. 弹塑性分析

塑性分析与弹性分析一样应该确定应力应变关系，不同之处只是塑性区的变形不仅取决于应力状态，还依赖于加载的路径等因素。

在塑性分析时，采用增量理论，即认为在塑性变形阶段，不应是塑性全应变与应力之间存在确定的关系，而是塑性应变增量与应力、应力增量之间的关系。

(1) 屈服条件

一般情况下，岩体中一点的应力状态是由六个独立的应力分量确定，屈服条件写成函数关系为：

$$f(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, c, \phi) = 0 \quad (2-24)$$

式中 c 、 ϕ 为岩体的凝聚力和内摩擦角。

由式(2-24)可见，对同一岩体，当应力状态不同时，屈服应力的数值也不同，这些屈服应力在主应力空间中形成一个屈服曲面，落在屈服曲面内的点表示弹性状态，曲面上的点表示开始屈服的应力状态，而曲面外的点则表示塑性变形继续发展的应力状态。

我们采用的屈服条件为德鲁克—普拉格条件(DRUCKER—PRAGER)，它是莫尔—库仑屈服面的内切圆锥，即

$$\alpha I_1 + \sqrt{J_2} = K_t \quad (2-25)$$

式中 $I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$, 为应力张量的第一不变量;

$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$, 为应力偏量的第二不变量; α 、 K_f 为与材料有关的系数, 取决于岩体的 ϕ 、 c , 在平面应变情况下:

$$\alpha = \frac{\sqrt{3} \sin \phi}{3 \sqrt{3 + \sin^2 \phi}}, \quad K_f = \frac{c \sqrt{3 + \cos \phi}}{\sqrt{3 + \sin^2 \phi}}$$

分析式 (2-25) 看出, 当 $\alpha = 0$ 时 (也就是 $\phi = 0^\circ$) 并且 $K_f = \sigma_c / \sqrt{3}$ (即凝聚力 c 等于剪切屈服极限 τ_c 并等于 $\sigma_c / \sqrt{3}$) 时, 就退化为我们熟悉的米赛斯条件

$$\sqrt{J_2} = \sigma_c / \sqrt{3} \quad (2-25)'$$

式中 σ_c 为材料单轴拉伸时的屈服极限。

由于式 (2-25)' 认为应力球张量对屈服不起什么影响, 因而不考虑“静水压力”的效应, 这样假定对岩石有较大的出入, 而式 (2-25) 等号左边第一项, 体现出“静水压力”的影响, 因此可认为其是修正的米赛斯条件。

(2) 塑性应力应变关系

采用增量理论时, 应力增量与应变增量的关系可写成

$$\begin{aligned} d\{\sigma\} &= (D)_{ep} d\{\varepsilon\} \\ &= ((D)_e - (D)_p) d\{\varepsilon\} \end{aligned} \quad (2-26)$$

式中 $(D)_{ep}$ 称弹塑性矩阵, $(D)_e$ 与 $(D)_p$ 分别为弹性矩阵与塑性矩阵。根据德鲁克-普拉格条件, 雷依史 (REYES) 导出了平面形变问题的弹塑性矩阵 $(D)_{ep}$:

$$(D)_{ep} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \quad (2-27)$$

式中 $D_{11} = 2G(1 - h_2 - 2h_1\sigma_x - h_3\sigma_x^2)$;

$D_{22} = 2G(1 - h_2 - 2h_1\sigma_y - h_3\sigma_y^2)$;

$D_{33} = 2G(0.5 - h_3\tau_{xy}^2)$;

$D_{12} = D_{21} = -2G[h_2 + h_1(\sigma_x + \sigma_y) + h_3\sigma_x\sigma_y]$;

$D_{13} = D_{31} = -2G[h_1\tau_{xy} + h_3\sigma_x\tau_{xy}]$;

$D_{23} = D_{32} = 2G[h_1\tau_{xy} + h_3\sigma_y\tau_{xy}]$;

$$h_1 = \frac{3K\alpha - \frac{I_1}{6\sqrt{J_2}}}{\sqrt{J_2} \left(1 + 9\alpha^2 \frac{K}{G}\right)}$$

$$h_2 = \frac{\left(\alpha - \frac{I_1}{6\sqrt{J_2}}\right) \left(\frac{3K\alpha}{G} - \frac{J_1}{3\sqrt{J_2}}\right)}{\left(1 + 9\alpha^2 \frac{K}{G}\right)} - \frac{3\mu K K_c}{E\sqrt{J_2} \left(1 + 9\alpha^2 \frac{K}{G}\right)}$$

$$h_s = 1/2 J_2 \left(1 + 9 \alpha^2 \frac{K}{G} \right) ;$$

$G = E/2 (1 + \mu)$ 为剪切模量;

$K = E/3 (1 - 2\mu)$ 是体积变形模量;

α 、 K_1 、 I_1 、 J_2 意义同式 (2-25)。

(3) 分析步骤

我们采用的是常刚变叠代法。设对应于第 i 级荷载增量 $\Delta\{R_i\}$ 的位移增量为 $\Delta\{\delta_i\}$ ，则根据平衡方程有

$$[K] \Delta\{\sigma_i\} = \Delta\{R\} \quad (2-28)$$

其中 $[K]$ 是总刚度阵，在弹塑性状态时，其不仅与材料性质、几何尺寸有关，而且与应力状态有关。在分析时，把弹塑性刚度定义在线弹性刚度上作相应的弹塑性修正，即把结构的弹塑性刚度表示为

$$[K] = [K]^e - [K_i]^p \quad (2-29)$$

式中 $[K]^e$ ——不变的弹性整体刚度;

$[K_i]^p$ ——弹性刚度修正值。

总的位移增量 $\Delta\{\delta_i\}$ 为纯弹性部分与由塑性造成的附加位移之和:

$$\Delta\{\delta_i\} = (\Delta\{\delta_i\})^e + (\Delta\{\delta_i\})^p \quad (2-30)$$

将式 (2-29)、(2-30) 代入式 (2-28) 得

$$([K]^e - [K_i]^p) ((\Delta\{\delta_i\})^e + (\Delta\{\delta_i\})^p) = \Delta\{R_i\}$$

即 $[K]^e (\Delta\{\delta_i\})^e + [K]^e (\Delta\{\delta_i\})^p = \Delta\{R_i\} + [K_i]^p ((\Delta\{\delta_i\})^e + (\Delta\{\delta_i\})^p)$ 。由线弹性分析可知:

$$[K]^e (\Delta\{\delta_i\})^e = \Delta\{R_i\}$$

因而

$$[K]^e (\Delta\{\delta_i\})^p = [K_i]^p ((\Delta\{\delta_i\})^e + (\Delta\{\delta_i\})^p) \quad (2-31)$$

令式 (2-31) 右边等于 $\Delta\{R_0\}$ ，则

$$[K]^e (\Delta\{\delta_i\})^p = \Delta\{R_0\} \quad (2-32)$$

$\Delta\{R_0\}$ 不仅依赖于加载前的应力，尚与本次荷载增量所引起的应变增量 $\Delta\{\epsilon_i\}$ 有关，但 $\Delta\{\epsilon_i\}$ 本身是一个待定的量，因此对每一荷载增量步，必须通过叠代的办法同时求出 $(\Delta\{\delta_i\})^p$ 与 $\Delta\{R_0\}$ 。

具体分析步骤如下:

a) 对第 i 级荷载增量 $\Delta\{R_i\}$ ，用不变的弹性矩阵 $[D]$ ，推得劲度矩阵 $[K]^e$ ，解得位移增量 $(\Delta\{\delta_i\})^e$ 、应变增量 $(\Delta\{\epsilon_i\})^e$ 及应力增量 $(\Delta\{\sigma_i\})^e$;

b) 将 $(\Delta\{\sigma_i\})^e$ 与前次叠代终了时的单元应力 $\{\sigma_{i-1}\}$ 叠加:

$$\{\sigma_i\} = \{\sigma_{i-1}\} + (\Delta\{\sigma_i\})^e$$

c) 以屈服条件 (2-25) 逐个单元判别屈服与否? 对已屈服单元按下式求初应力:

$$(\Delta\{\sigma_i\})^0 = (\Delta\{\sigma_i\})^e - [D]_{ep} (\Delta\{\epsilon_i\})^e \quad (2-33)$$

d) 由初应力按式 (2-23) 求得整体结构的等效附加荷载 $\Delta\{R_0\}$;

e) 以 $\Delta\{R_0\}$ 为右端项，重复上述四个步骤叠代，直至收敛为止;

f) 把此时的位移增量、应变增量和应力增量作为这次加载的结果分别叠加到加载前的水平上去, 再进行下一增量步的计算, 直到全部荷载加毕。

6. 坝缝与“地质断裂”模拟

计算中采用带厚度的节理单元, 如图6所示。各节理单元的刚度阵与岩体(或坝体)的二维单元一样, 按节点平衡条件叠加到总刚度中, 从而解得位移和应力。

节理单元在受力前, 上、下结点对应; 受力后可能出现如下情况: a) 单元受法向拉应力超过抗拉强度时, 两边的块体单元在节理面上被拉开, 形成拉应力为零, 故抗剪强度也降为零, 此时, 应令该单元应力为零, 并仿“无拉力”分析, 对失衡力进行调整, 直至满足精度要求为止; b) 当法向受过量的压应力时, 会出现两边块体单元相互嵌入现象, 这与变形连续条件不符, 因此可假定一个最大嵌入度, 以防出现较大误差, 当实际嵌入量超过限度时, 需调整嵌入度和过量的法向压应力。

在法向压应力作用下, 单元面的抗剪强度为

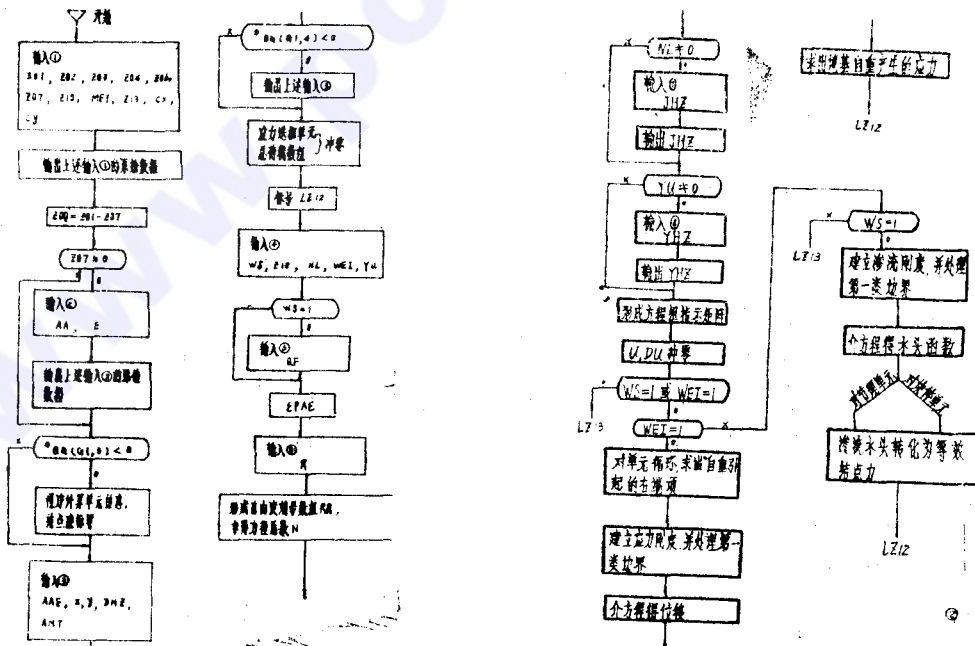
$$\tau_0 = c_0 + \sigma_n \tan \phi \quad (2-34)$$

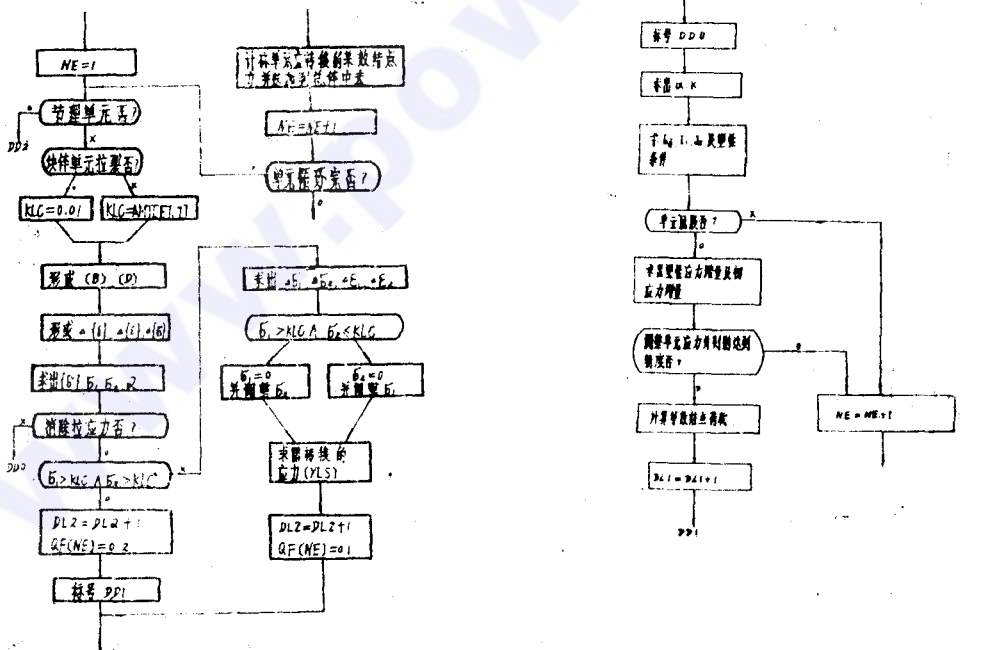
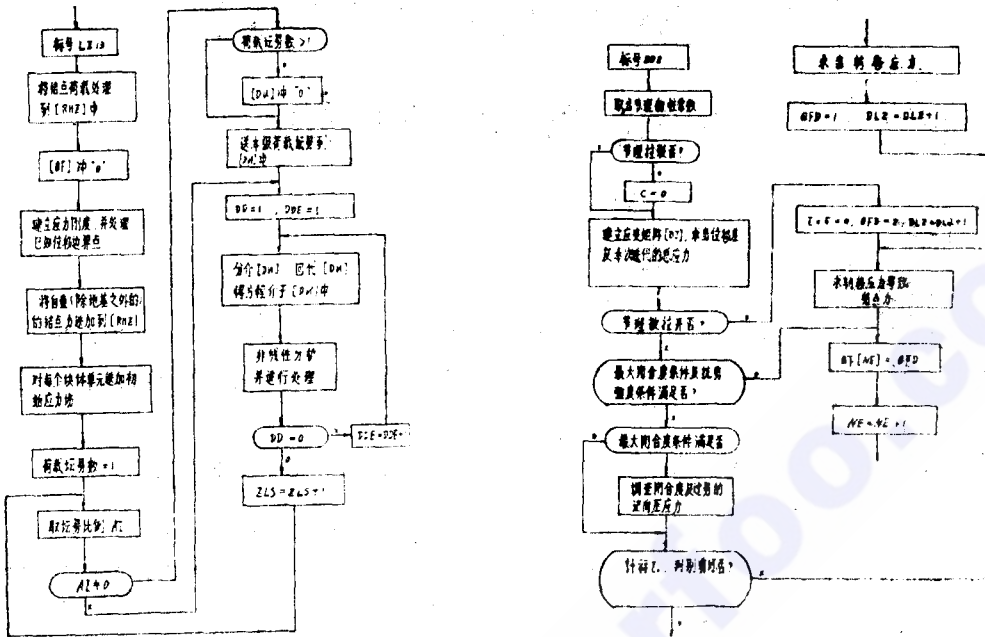
若计算的切向应力 $\tau_c > \tau_0$ 时, 发生塑性滑移, 单元的粘聚力 c_0 被破坏, 即 $c_0 = 0$, 此时应保持

$$\tau_c' = \sigma_n \tan \phi \quad (2-35)$$

显然, 这里也有一个应力调整过程。

三、程序框图





(待续)