

# 重力坝应力分析—边界应力法

兰 仁 烈

(水电部成都勘测设计院)

**编者按:**本文提出的利用边界应力求坝内水平正应力的改进方法，大大简化了以往的繁琐计算工作。全文不到四千字，短小精练，解决实际问题，不失为一篇有实用价值的好文章。文章写得既短又说明问题，论点明确，实用性强，这是办好本刊与作者们共同努力的基本方向。

**重力坝应力分析法**是重力坝计算中常用的方法，计算一般分为两步，第一步先确定边界应力。由于边界应力大都是控制应力，而且求法简单，边界应力明确，坝体应力就有一个概括了解。随着工作的深入，特别是高坝，仅第一步计算结果已不能满足要求，则需要了解坝体内部的应力。但是这一部分的计算工作量较大，特别是水平正应力计算工作量尤甚。目前虽有一些改进方法，但是仍比较繁杂。本文提的方法是在边界应力计算结果的基础上，求解坝体的内部应力，计算工作量可以减少。

我们知道重力坝的边界应力可用下列各式直接求出。上、下游边界垂直正应力：

$$\sigma_{yu} = \Sigma W / T + 6 \Sigma M / T^2 \quad (1)$$

$$\sigma_{yd} = \Sigma W / T - 6 \Sigma M / T^2 \quad (2)$$

上、下游边界剪应力：

$$\tau_u = ( P + P_y - \sigma_{yu} ) n \quad (3)$$

$$\tau_d = ( \sigma_{yd} - P' + P'_y ) m \quad (4)$$

上、下游边界水平正应力：

$$\sigma_{xu} = P + P_y - \tau_u n \quad (5)$$

$$\sigma_{xd} = P' - P'_y + \tau_d m \quad (6)$$

式中  $P, P_y$ ——上游面水压力和地震水压力；

$P', P'_y$ ——下游面水压力和地震水压力；

$n, m$ ——上、下游坝面坡度；

$T$ ——计算断面厚度。

众所周知，在重力坝的应力分析法中，垂直正应力成直线变化，剪应力成二次抛物线变化，水平正应力成三次抛物线变化，其通式以无因次式可表示成：

$$\sigma_v = a' + b' x' \quad (7)$$

$$\tau = a_1' + b_1' x' + c_1' x'^2 \quad (8)$$

$$\sigma_x = a_2' + b_2' x' + c_2' x'^2 + d_2' x'^3 \quad (9)$$

其中:  $x' = x/T$ ,  $a'$ ,  $b'$ ,  $a_1'$ ,  $b_1'$ ,  $c_1'$ ,  $a_2'$ ,  $b_2'$ ,  $c_2'$ ,  $d_2'$  通称为应力常数、这些常数之间有一定的联系, 而且均可用边界应力表示出。例如(8)式中的剪应力常数可表示为:

$$a_1' = \tau_D \quad (11)$$

$$b_1' = -2\tau_U - 4\tau_D - 6\Sigma V/T \quad (10)$$

$$c_1' = 3\tau_U + 3\tau_D + 6\Sigma V/T \quad (12)$$

从式(10)~(12)可知, 剪应力常数是由上, 下游边界应力  $\tau_U$ ,  $\tau_D$  和  $\Sigma V/T$  组成。 $\Sigma V$  是水平推力, 可直接求出。

既然剪应力的应力常数可用边界应力组成。那么计算公式中最复杂的水平正应力  $\sigma_x$  的各项应力常数也可用边界应力  $\sigma_{xU}$ ,  $\sigma_{xD}$ ,  $\tau_U$ ,  $\tau_D$  及  $\Sigma V/T$ ,  $\Sigma M/T^2$  组成 ( $\Sigma M$  是计算断面重心的合力矩)。

我们知道在应力分析法的各公式内, 主要由应力与坝体几何形状两方面的关系式形成。在应力方面有  $\Sigma W/T$ ,  $\Sigma M/T^2$ ,  $\Sigma V/T$ ,  $P$ ,  $P'$ ,  $P_y$ ,  $P'_y$ ,  $W_c T$ ,  $W_w T$ ,  $\lambda W_c T$  等, 几何形状方面主要有  $T$ ,  $m$ ,  $n$  等, 我们利用应力和几何形状的关系式, 找出边界应力  $\sigma_{xU}$ ,  $\sigma_{xD}$ ,  $\tau_U$ ,  $\tau_D$ ,  $\Sigma V/T$ ,  $\Sigma M/T^2$  与几何形状  $m$ ,  $n$ ,  $T$  的关系式, 以达到简化计算的目的, 经过推演, 最后得出水平正应力的无因次应力常数与边界应力的关系式如下:

$$a_2' = \sigma_{xD} \quad (13)$$

$$b_2' = -4m\tau_U - (8m - \partial m / \partial x \cdot T/m)\tau_D - 12 \cdot m^2 \Sigma M/T^2 - 12 \cdot m \Sigma V/T \\ - W_w T m^* + W_c T m - \lambda W_c T + m T \partial P_y / \partial x \quad (14)$$

$$c_2' = 3 \sigma_{xU} - 3 \sigma_{xD} + (8m + 8n - \partial n / \partial x \cdot T/n)\tau_U + (16m + 4n - 2 \partial m / \partial x \cdot T/m) \\ \tau_D + 12(n^2 + 2m^2) \Sigma M/T^2 + 12 \times (2m + n) \Sigma V/T + W_w T (2m^* - n^{**}) + W_c T \\ (n - 2m) + 3\lambda W_c T - n T \partial P_y / \partial x - 2m T \partial P_y' / \partial x \quad (15)$$

$$d_2' = -2 \sigma_{xU} + 2 \sigma_{xD} - (8n + 4m - \partial n / \partial x \cdot T/n)\tau_U - (8m + 4n - \partial m / \partial x \cdot T/m) \\ \tau_D - (n^2 + m^2) \cdot 12 \Sigma M/T^2 - 12 \cdot (n + m) \Sigma V/T + W_w T (n^{**} - m^*) + W_c T \\ (m - n) - 2\lambda W_c T + n T \partial P_y / \partial x + m T \partial P_y' / \partial x \quad (16)$$

式中  $W_w$  ——混凝土容重;

$W_c$  ——水容重;

$\lambda$ ——地震系数，一般取0.1；

\*——下游坝面无水时该项去掉，此时  $\partial P_y' / \partial x$  亦为零；

另外无因次应力常数  $b'$ ,  $b_1'$ ,  $c_1'$  及  $b_2'$ ,  $c_2'$ ,  $d_2'$  可列表计算比较清楚，其型式如表1。

\* \*——上游坝面无水时该项去掉，此时  $\partial P_y / \partial x$  亦为零。

表1 应力常数计算表

边界 应 力 常 数	$b'$	$b_1'$	$c_1'$	$b_2'$	$c_2'$	$d_2'$
$\sigma_{xU}$	0	0	0	0	3	-2
$\sigma_{xD}$	0	0	0	0	-3	2
$\tau_U$	0	-2	3	-4m	$\frac{8m+8n}{\partial x} \cdot \frac{T}{n}$	$\frac{-8n-4m}{\partial x} \cdot \frac{T}{n}$
$\tau_D$	0	-4	3	$-8m + \frac{\partial m \cdot T}{\partial x \cdot n}$	$\frac{16m+4n}{\partial x} \cdot \frac{T}{m}$	$\frac{-8m-4n}{\partial x} \cdot \frac{T}{m}$
$\frac{12\sum M}{T^2}$	1	0	0	$-m^2$	$n^2+2m^2$	$-n^2-m^2$
$\frac{6\sum V}{T}$	0	-1	1	$-2m$	$4m+2n$	$-2n-2m$
$W_w T$	0	0	0	$-m^*$	$2m^*-n^{**}$	$n^{**}-m^*$
$W_c T$	0	0	0	$m$	$n-2m$	$m-n$
$\lambda W_c T$	0	0	0	-1	3	-2
				$mT \frac{\partial P_y'}{\partial x}$	$-nT \frac{\partial P_y}{\partial x}$	$nT \frac{\partial P_y}{\partial x}$
					$-2mT \frac{\partial P_y'}{\partial x}$	$+mT \frac{\partial P_y'}{\partial x}$

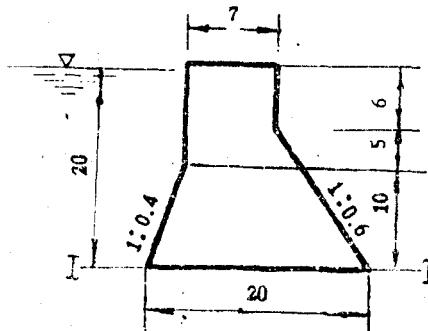
\*——下游坝面无水时该项去掉，此时  $\partial P_y' / \partial x$  亦为零

\* \*——上游坝面无水时该项去掉，此时  $\partial P_y / \partial x$  亦为零

从表1可以看出，已知  $\sigma_{xU}$ ,  $\sigma_{xD}$ ,  $\tau_U$ ,  $\tau_D$ , 用(1)式和(11)式得出  $12\sum M/T^2$ ,  $6\sum V/T$  后，即可较容易地将各种应力常数求出。

举例：如图(1)求计算截面I—I的  $\sigma_y$ ,  $\tau$ ,  $\sigma_x$ 。

设已知:



$$\begin{aligned}\Sigma W/T &= 31.14 \text{ 吨/米}^2 \\ \Sigma V &= -200 \text{ 吨} \\ 6\Sigma M/T^2 &= -3.81 \text{ 吨·米}^2 \\ P &= 20 \text{ 吨/米}^2 \\ W_c &= 2.4 \text{ 吨/米}^3 \\ W_w &= 1.0 \text{ 吨/米}^3\end{aligned}$$

无尾水，也不计算地震的影响。

第一步，由(1)~(6)式求出边界应力：

图(1)

$$\sigma_{yu} = \Sigma W/T + 6\Sigma M/T^2 = 31.14 + (-3.81) = 27.33 \text{ 吨/米}^2$$

$$\sigma_{yd} = \Sigma W/T - 6\Sigma M/T^2 = 31.14 - (-3.81) = 34.95 \text{ 吨/米}^2$$

$$\tau_u = (P + P_y - \sigma_{yu})n = (20 - 27.33) \times 0.4 = -2.932 \text{ 吨/米}^2$$

$$\tau_d = (\sigma_{yd} - P'_y + P'_y)m = (34.95 - 0) \times 0.6 = 20.97 \text{ 吨/米}^2$$

$$\sigma_{xu} = P + P_y - \tau_u n = 20 - (-2.932 \times 0.4) = 21.173 \text{ 吨/米}^2$$

$$\sigma_{xd} = P'_y - P'_y + \tau_d m = 20.970 \times 0.6 = 12.582 \text{ 吨/米}^2$$

计算步骤为：

1. 将边界应力放于表2第1列；
2. 按照坝面上、下游坡度，照表1简化式求出各列之值放于表2相应位置中横线的上部；
3. 将第1列所得的值乘以横线上部之数，放于横线下部；
4. 将横线下部各数叠加，即为所求无因次应力常数；
5. 将无因次应力常数代入式(7)~(9)，并将坐标值代入即可得出任一点的应力。

表2即为无因次应力常数计算结果。为了节省篇幅应力计算从略。

表2 无因次应力常数计算表

边界 应 力	$b'$	$b_1'$	$c_1'$	$b_2'$	$c_2'$	$d_2'$
21.173					3	-2
					63.5190	-42.346

(续上表)

12.582					-3	2
					-37.746	25.164
-2.932		-2	3	-2.4	8.0	-5.60
		5.864	-8.796	7.0368	-23.450	16.419
20.970		-4	3	-4.80	11.2	-6.40
		-83.88	62.91	-100.656	234.864	-134.208
-7.62	1			-0.36	0.88	-0.52
	-7.62			2.743	-6.7056	3.9624
-60		-1	1	-1.2	3.20	-2.0
		60	-60	72	-192	120
20					-0.40	0.40
					-8.0	8.0
48				0.6	-0.80	0.2
				28.8	-38.40	9.6
0				-1	3	-2
				0	0	0
$\Sigma$	-7.62	-18.016	-5.886	9.924	-7.925	6.591

## 参考文献(略)

## 《水工隧洞设计规范》已审批付印

由水电部成都勘测设计院负责编修的《水工隧洞设计规范》经上级批准付印，预计1985年上半年印妥发行。

本规范是以1966年水电部颁发的《水工隧洞设计暂行规范》为依据，并在该规范多年来总结实践经验的基础上进行编写修订的。新编修规范正文共分九章、119条；十个附录中新增加有围岩分类、水力设计、不衬砌和喷锚支护以及电算程序等内容。

本规范还另有编写说明、专题研究报告等，可供用时参考。

根据上级要求，拟在今年下半年由水电部成勘院举办规范学习班，届时给学员提供有关隧洞的工程总结和电算程序等大量参考资料。

水电部成勘院段乐斋供稿

1985.6