

# 用平面有限元法计算坝内底孔应力

孙培烈 刘吉祥

(水电部成都勘测设计院)

## 摘要

用平面线弹性有限元法对某重力坝坝内底孔进行了应力计算，在横剖面计算中近似地采用了纵剖面的应力成果。计算结果与通常采用的两种手算方法作了对比。粗略地估算了永久运行期的温变应力，证明其数值不可忽视。

## 一、工程布置

某工程底孔坝段位于溢流坝与厂房坝段之间，坝段宽20米，中设压力短管型底孔，孔口尺寸在压力段末端为 $5 \times 6$ 米（见图1）。坝体沿水流方向总长53.25米，其上、下游分别为长32米的铺盖及149.75米的泄水明槽。

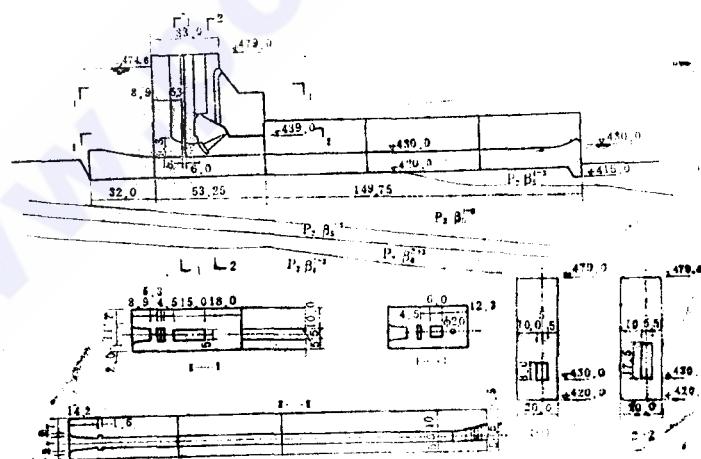


图1 底孔布置图

由于进口处临时围堰布置要求，底孔中心线不在坝段正中而偏向右岸2.5米，两侧呈不对称形。

## 二、计算方法和计算假定

底孔应力实属三向问题，但限于条件，仍作为线弹性平面问题计算。取横剖面（平行坝轴线方向切取）进行分析，也近似地考虑了纵向的影响。

### (一) 纵剖面计算

地基在上下游及深度方向各取60米（相当于1.02倍坝高或1.13倍坝底宽），在底部设置固定铰支座，在两侧设置水平连杆支座予以约束。

计算取单宽厚度，按平面应力问题分析，在孔洞通过处则按实体厚度折算。经简化后坝体取三种结构厚度，地基则按岩性区分为三种材料（表1）。

表1 坝体和地基岩体计算参数

分区号	部位	厚度t(米)	容重γ (吨/米 <sup>3</sup> )	弹性模量E (吨/米 <sup>2</sup> )	泊松比μ
1	检修门槽及孔口进口以前	0.65	2.45	$2 \times 10^6$	0.17
2	高程430.0以上无孔口之坝体	1.0	2.45	$2 \times 10^6$	0.17
3	所有孔口及闸门室操作室等	0.75	2.45	$2 \times 10^6$	0.17
4	高程430.0以下坝体	1.0	*1.45	$2 \times 10^6$	0.17
5	P <sub>2</sub> B <sub>5</sub> <sup>1-2</sup> (细长柱玄武岩)	1.0	1.82	$8 \times 10^5$	0.25
6	P <sub>2</sub> B <sub>5</sub> <sup>1-1</sup> (灰绿色玄武岩)	1.0	1.5	$1.5 \times 10^5$	0.3
7	P <sub>2</sub> B <sub>4</sub> <sup>2-3</sup> (凝灰岩与凝灰玄武岩)	1.0	1.82	$5 \times 10^5$	0.27

\*下游尾水位430.0米时。

计算荷载：自重、水压力（包括水库水重及尾水重）以及浮托力（在尾水位以下取浮容重），未计渗透压力及淤沙压力。工作弧门所受的水压力集中作用于支铰。坝体以外的铺盖及泄水槽，其重量作为外荷载作用于基岩表面。受计算机容量限制，坝体及地基共划分三角形单元518个，结点293个。最小单元边长1.0米。

### (二) 横剖面计算

沿底孔长度切取若干横剖面，取单宽厚度，按平面应变问题分析（图2）。(1)在平面a—a<sub>1</sub>上设置垂直连杆约束（两侧无约束）；(2)把由纵剖面算得的、相应于该横剖面上a—a<sub>1</sub>和b—b<sub>1</sub>处的坝体垂直应力p<sub>a</sub>及p<sub>b</sub>，作为外荷载移置于有关结点；(3)为了简化分析，假定剪应力在横剖面上均匀分布，并根据“脱离体”abb<sub>1</sub>a<sub>1</sub>在p<sub>a</sub>、p<sub>b</sub>、孔内水压、坝体自重以及剪切力作用下垂直合力为零的原则，修正混凝土的容重以反映剪切力的影响。

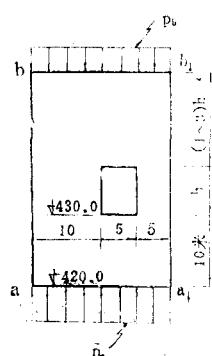
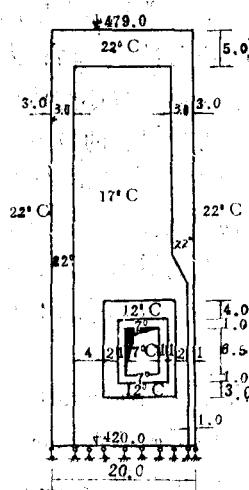


图 2

在划分单元时，拉应力集中的孔顶、孔底中心线附近单元的最小边长为0.5米。

### (三) 温变应力估算

为了初估运行期坝体温度变化所引起的应力，假设了一种温度分布状态，计算相应的坝体应力；其方法为：(1)取单宽横剖面(由坝顶到坝基的全断面)；(2)在坝基设置垂直连杆约束(两侧无约束)；(3)假定坝体温度自孔口向四周逐渐增高，其中孔内水温7℃(水库水温)，坝体稳定温度(包括地基表面温度)17℃，靠近坝顶及两侧横缝处为22℃，据此划分坝体温度分布(图3)；(4)按坝体混凝土实际容重算出坝体自重，加上内水压力求出坝基反力，并假定其为均匀分布，移置于有关结点(即垂直连杆)上；(5)在自重、内水压力及地基反力的作用下，分别计算出“有温变”(坝体有四种温度)和“无温变”(坝体只有一种温度)两种情况下坝体各单元的应力。两者的应力差值，即是由温变所引起的“温变应力”。



### 三、计算情况

对于( $5.6 \times 9.3$ 和 $5 \times 6.5$ 米)两个横剖面，分别考虑了三种计算情况：其一为“正常运行”(即上游库水位474.0米，下游尾水位430.0米)；其二为施工完建尚未蓄水，此时靠近上游面的底孔附近，垂直正应力可能大于前一种两种情况，对孔口不利。

此外，在横剖面计算中，如何正确选定孔顶“保留厚度”(即前述 $b-b_1$ 平面的切取位置)，还是一个难以解决的问题。为了比较不同孔顶厚度对应力的影响，对 $5 \times 6.5$ 米孔口进行了5米、10米和15米三种孔顶厚度的计算，分别求出了“正常运行”和“未蓄水”两种情况下的孔口应力。

### 四、计算成果

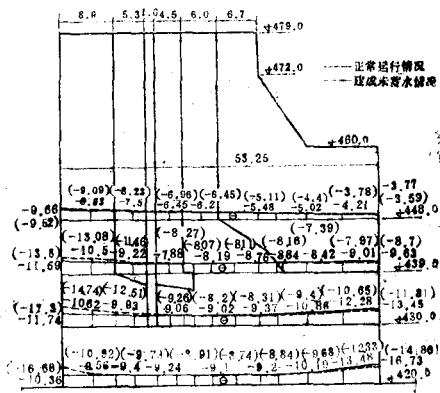


图4 正常运行及未蓄水时坝体垂直正应力 $\sigma_y$

1. 图4为“正常运行”及“未蓄水”两种情况下的纵剖面垂直正应力 $\sigma_y$ 分布。高程448.0米及439.0米两个水平面上的 $\sigma_y$ 基本呈直线分布，这说明虽有孔口，但因尺寸相对较小，对坝体 $\sigma_y$ 分布影响不大；但基础面及其附近，由于地基弹模小于坝体，故坝踵及坝趾附近的 $\sigma_y$ 增大。此外，未蓄水情况与正常运行相比， $\sigma_y$ 在上游大而下游小，这

是符合一般规律的。还需说明，在弧形闸门支铰附近，由于巨大的集中力在计算中已分散平均施加，故局部的应力集中现象未能正确反映，需另作计算。

2.  $5.6 \times 9.3$ 米孔口的正应力分布，在正常运行时的拉应力  $\sigma_x$  比未蓄水时大，在孔顶中心线上最大为12.46公斤/厘米<sup>2</sup>，拉力区高度达6.1米。

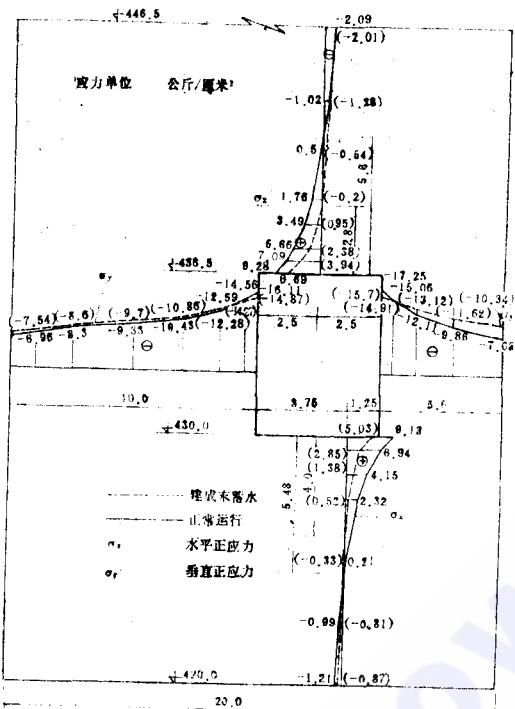


图5  $5 \times 6.5$ 米孔口两种情况的应力比较(孔顶厚10米)

3.  $5 \times 6.5$ 米孔口的应力分布见图5(孔顶厚度10米)，三种孔顶厚度的孔底拉应力计算对比见表2、表3。随着孔顶厚度的增加，孔顶部分的孔边拉应力减小，而拉力区高度则增大，其总拉力反而有减小的情况(表2)；但对于钢筋所承担的拉力，在  $\sigma_x > [R_L]$  的部分( $[R_L] = 4.92$  公斤/厘米<sup>2</sup>)，则仍是小孔顶厚度的最大。至于孔底部分，则随着孔顶厚度的增加，孔边拉应力以及拉力区高度皆减小，故总拉力和钢筋承担的拉力也都减小。

4.  $5 \times 6.5$ 米孔口温度变化所引起的应力分布(图6)，由于孔内水温低，使得孔边产生相当大的拉应力，其中孔顶及孔底温变拉应力( $\sigma_x$ )达9.75及8.65公斤/厘米<sup>2</sup>；孔侧温变拉应力( $\sigma_y$ )达23.47及20.71公斤/厘米<sup>2</sup>。

表2 孔顶拉应力比较

孔顶厚度(米)	5.0	10.0	15.0
孔边拉应力 $\sigma_x$ (公斤/厘米 <sup>2</sup> )	10.94	9.27	8.84
拉力区高度(米)	3.5	5.6	6.7
总拉力(吨)	149.2	168.8	167.6
相对百分比(%)	88.4	100	99.3
$\sigma_x > [R_L]$ 拉力(吨)	102.6	90.8	81.3
相对百分比(%)	113	100	89.5

表3 孔底拉应力比较

孔顶厚度(米)	5.0	10.0	15.0
孔边拉应力 $\sigma_x$ (公斤/厘米 <sup>2</sup> )	9.88	9.13	8.94
拉力区高度(米)	5.63	5.48	5.38
总拉力(吨)	177.1	160.2	155.5
相对百分比(%)	110.5	100	97.1
$\sigma_x > [R_L]$ 拉力(吨)	99.0	84.0	79.5
相对百分比(%)	117.9	100	94.7

## 五、两种手算法的计算成果

除有限元法外，还用两种手算方法计算了  $5 \times 6.5$ 米孔口的孔顶拉应力，成果见图7、图8。

1. 第一种方法，是按“无限域内矩形孔口”在均匀压力场中，孔边受均匀内压力作用，此时可利用已有的图表查得孔顶水平正应力  $\sigma_x$ ，其中“均匀压力场  $\sigma_0$ ”即在正常运行情况下，按重力法算得的孔口中心应力；而孔边均匀内压力则为孔口中心点的内水压强。以上两种荷载可分别查阅文献〔1〕、〔2〕中有关图表后迭加，即得孔顶拉应力分布。与有限元法成果（孔顶厚15米）比较见表4。

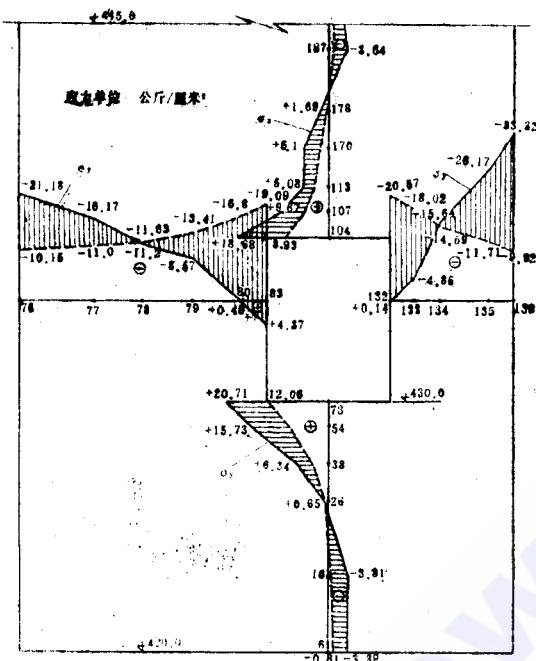


图6  $5 \times 5.6$ 米孔口温变应力估算成果(图中阴影部分代表温变引起的应力)  
实线表示“自重+内水压力+温变”虚线表示“自重+内水压力”  
口周围厚度有限，所以实际拉应力应该大一些。

由表可知，按“无限域矩形孔口”计算的拉应力小于有限元法较多，对此初步认为还是合理的。因为“无限域”意味着孔口离开边界很远，但实际上孔

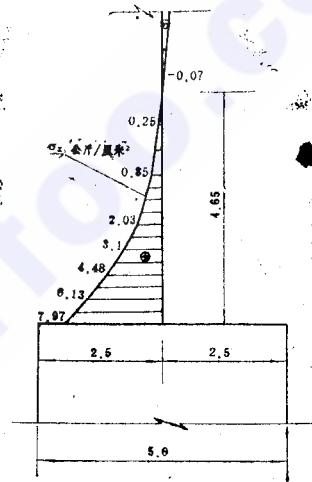


图7  $5 \times 6.5$ 米孔口孔顶应力(正常运行、“按无限域内孔口”)

表4 有限元法与手算成果比较

计算方法	手算 有限元 (一) (孔顶厚15米)	有限元 (孔顶厚15米)
孔边拉应力 $\sigma_x$ (公斤/厘米 <sup>2</sup> )	7.97	8.84
拉力区高度 (米)	4.6	6.7
总拉力 (吨)	101	167.6
相对百分比 (%)	60.3	100
$\sigma_x > (R_L)$ 拉力 (吨)	54.5	81.3
相对百分比 (%)	67.0	100

2. 第二种方法，是简化为带有“大结点”的“T形厚壁杆件结构”，用力矩分配法计算孔顶拉应力（图9中假定孔顶厚度为5米）。

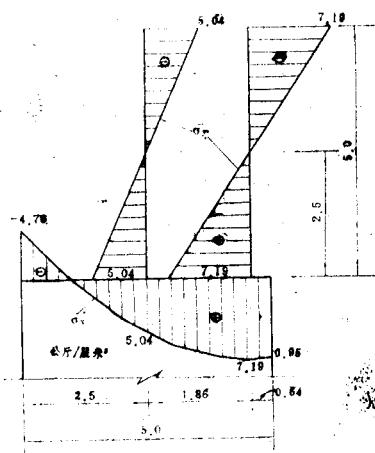


图8  $5 \times 6.5$ 米孔口孔顶应力(正常运行,按“厚壁杆件”)

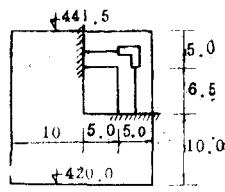


图 9

采用文献〔3〕中图表求得孔口“顶板”各断面的力矩，然后按直线分布求算孔边水平正应力  $\sigma_x$ 。由于“杆件”的高跨比很大，计算时还考虑了由剪应力引起的剪切变形。

在正常运行情况下，力矩最大的断面孔边拉应力亦仅  $7.2 \text{ 公斤}/\text{厘米}^2$ ，总拉力 90 吨，比其它方法都小。由于孔口相对较小，采用“杆件系统”计算实属勉强，故成果是不可靠的。

## 六、小结及问题讨论

1. 本阶段采用平面有限元法计算了两种运行情况下纵剖面和两个横剖面的正应力。计算中采用了一些假定会影响成果的精确性。但是总的看来，计算出的应力分布规律基本合理。可以认为，当三向光弹试验或三向有限元计算存在一定困难时，采用本法计算孔口应力，比之于一般手算方法仍具有优越性。例如按“无限域内矩形孔口”计算时，一般认为孔口形心距离边界应大于 3 倍孔口尺寸，计算成果才接近实际，但在实际工程中该距离常常仅有一倍多孔口尺寸，这样自然会有误差；又如该法所用的“均匀压力场  $\sigma_y$ ”是指孔口中心处的应力，这对于小孔口来说是合理的，但当孔口较大时就不太合适了；此外，该法所用孔口中心应力是按重力法在纵剖面上求得的，但当底孔位置接近地基，特别是岩层弹性性质与坝体不同时，算得的孔口中心应力就会有较大的误差……，类似上述的问题，用有限元法计算都可得到一定程度的克服。

2. 用有限元法可较方便地求算坝体和孔口的温变应力。根据丹江口、三门峡和龚咀等工程的实际运行资料，温变应力在孔边应力中占有很大的比重，已引起人们愈来愈多的重视。从本底孔温变应力估算成果来看，孔顶温变拉应力可达  $10 \text{ 公斤}/\text{厘米}^2$  以上，温变总拉力达 170 吨，比自重及水压力所引起的总拉力还大，因此是不可忽视的。

3. 用平面有限元法计算底孔应力，存在的主要问题是在横剖面计算中如何正确确定孔顶、孔底厚度。根据丹江口底孔设计总结，在作为框架计算时，孔顶、孔底厚度取为一倍孔宽。其根据是在光弹试验中，距孔边约一倍孔宽处可见  $85^\circ$  等倾线，此时板内第一主应力方向基本上与外荷方向平行，孔口影响基本消失〔4〕。而在安康底孔计算中，采用的孔顶、孔底厚度一般在两倍孔宽以上〔5〕。结合本工程底孔的底板厚度约为  $1.8 \sim 2.0$  倍的孔宽，故孔底厚度算至坝基可能是合适的；至于孔顶厚度，为安全计以采用一倍孔宽较为妥当。

4. 用有限元法计算坝体应力时，成果的精确性主要取决于单元尺寸的大小，这对孔口应力计算来说尤为重要。在孔口周边、弧门支铰以及各类边界处（包括材料厚度或性质有变化处）都应尽量加大单元密度，减小单元尺寸。本计算在横剖面上孔边最小单元尺寸为 0.5 米，似已能满足要求。

5. 本阶段计算中粗略地假设一种温度分布情况，进行了温变应力的估算，以期获得一个概念性的认识。今后应根据不同季节的气温资料，求得坝体温度场后，才能合理

而精确地进行计算。在确定温度场时，孔内水温（即水库水温）以往一般认为接近4—6℃。但据陆本、柘溪等工程实测资料，此值随外界气温而变并远较4—6℃为高（安康底孔设计采用10℃）。至于外界气温，由于横剖面两侧系横缝，根据柘溪资料，缝内气温亦与外界气温有差别：一般为18～22℃，比较稳定，以上数据可供今后工作参考。

### 参 考 文 献

- [1] 潘家铮：《重力坝的设计和计算》，1965年
- [2] 林可翼：平板内矩形孔在孔边有均匀内压力作用下的周围应力，《水利水电技术》，1965年第5期
- [3] 武汉水利电力学院：《工程力学与工程结构》，1976年
- [4] 长办枢纽设计处：丹江口工程泄洪深孔的设计，《水利水电科技情报》，1975年第1期
- [5] 水电部十五局设计院：安康水电站底孔坝段结构设计的初步研究，1979年7月

来函照登

### 为“略谈地下洞室围岩分类”补充几点浅见

为繁荣刊物，活跃学术空气，促进岩石力学在地下工程中的应用，对“略谈地下洞室围岩分类”一文补充几点浅见，供使用时参考。

1. 在地下工程围岩分类方面，当前国外应用较广的是Q值及RMR分类方法，尤其是Q分类法。而RSR方法（即Wickham分类法）主要是在总结美国隧道支护设计经验的基础上提出来的，应用不如前两类广泛。

2. 1984年12月，Q一系统分类法的主要创始人，挪威岩土工程研究所巴顿（N. Barton）博士专程来我国云南讲授过Q分类法，并与中国专家就此进行了座谈讨论。该分类法在鲁布革水电站地下工程应用中已取得经济效益。

3. Q系分类法，实际上是考虑了岩石强度，当对应力折减系数SRF（stress reduction factor）进行评价时，对于存在地应力的完整岩体，应考虑 $\sigma_c/\sigma_1$ ,  $\sigma_t/\sigma_1$ 两比值。

式中 $\sigma_c$ ——岩石单轴抗压强度； $\sigma_t$ —抗拉强度； $\sigma_1$ —最大主应力。

4. 太沙基（Terzaghi）方法是1946年首先在美国提出的，主要用于钢支衬设计，对于近代广泛应用的喷锚支护不太合适。劳弗尔（Lauffer）方法是1958年首先在奥地利提出的，偏于保守。因此从目前的观点讲，上述两法并非有实用价值。

5. 值得一提的是，日本中尾等学者在国际第五届岩石力学大会上（1983年在墨尔本召开）提出的，在日本应用Q一系统，RMR，及RSR分类法决定地下工程初期支护措施时，发现的一些问题。他们认为，以上三种分类方法是基于地质条件较好的坚硬岩体而提出的，而在日本，大量分布的是断裂极为发育而强度甚低的软岩，对于这类软岩，上述方法并不很适用。他们根据日本已建隧道的工程实例，进行了统计分析，力求提出适用于本国情况的地下工程岩体分类方法。这一动向值得注意。

（傅冰骏）