

低水头水电站调节保证计算

成都科技大学 孙诗杰

装设轴流式水轮机的低水头水电站，当机组甩负荷关机时，常常发生抬机事故。通过调节保证计算，选择最佳的导叶关闭规律，以降低机组上升速率，使负轴向力不超过机组转动部分的重量，或防止水柱中断以减小反水锤抬机力，从而保证机组的安全运行。

众所周知：低水头水电站的引水管路和尾水管路都较短，水锤计算可以采用刚性水锤理论^[1]，其所发生的水锤属末相水锤。尾水管中产生的不稳定流动，可以应用不稳定流伯努利方程来处理。

甩负荷过渡过程开始后，导叶前产生正水锤；导叶后和转轮后面均发生负水锤。随后该两处压力急骤下降，转速迅速上升，水轮机轴向力由正向变为负向，形成负的轴向抬机力。若上述两处压力，降至（当时气温的）水的气化压力时，即发生水柱中断，水流反向，产生巨大的反水锤抬机力。负轴向力与开度和单位转速有关。开度愈小，单位转速愈高，则负轴向抬机力愈大。水柱中断后，水流反向引起的反水锤抬机力的大小与水柱中断与否关系很大，但水柱是否中断在很大程度上又与导叶关闭规律有关。因此，低水头水电站调节保证计算的目的就在于：根据允许的速率上升 β ，选择升速时间 T_n 和相对升速开度 τ_a ，并按照负轴向抬机力小于转动部分重量或防止水柱中断的要求，选择合适的关闭规律。

本文根据机组运动方程为基础的一般速率上升公式^[3]，应用以刚性水锤理论为基础的末相水锤近似计算公式^[4]及部分关闭的水锤计算公式^[5]，给出确定两段关闭分段点的近似理论方法；同时从实验得出的甩负荷后水轮机转轮后面产生真空，并在较长时间内保持常数的假定^{[1][2]}，利用不稳定流伯努利方程解得的过渡过程期间尾水管中流量随时间变化的方法，按连续原理来决定水流反向及反水锤值^[2]。最后用列表法^[6]参照机组综合特性，最终确定关闭规律及最大速率上升和反水锤大小。

一、两段关闭分段点的确定

1. 由速率上升公式计算升速时间 T_n ^[3]：

$$T_n = \frac{2T_a^* \beta - 2T_c}{f} \quad (1)$$

式中 β —— 允许的速率上升值；

T_c —— 调节系统迟滞时间；

T_a^* —— 机组惯性时间常数。

f —— 水锤修正系数。

但

$$T_a^* = T_{a机} + T_{a水}$$

$$T_{a机} = \frac{GD^2 n_0^2}{365 N_0} \quad (2)$$

式中： GD^2 机组飞轮力矩；
 n_0 甩负荷前机组转速；
 N_0 甩负荷前水轮机出力。

其中 $T_{a水} = (0.2 \sim 0.3) \frac{D_1^5 n_0^2}{N_0} \cdot 10^{-3}$

2. 水锤计算公式⁽¹⁾⁽⁴⁾

$$\begin{aligned} \xi &= -T_w \frac{dq}{dt} = - \left(\frac{Q_0}{gH_0} \int_0^L \frac{dL}{F} \right) \frac{dq}{dt} \\ &= - \frac{Q_0}{gH_0 T'_s} \int_0^L \frac{dL}{F} \frac{dq}{dt'} = -n \frac{dq}{dt'} \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $n = \frac{Q_0}{gH_0 T'_s} \int_0^L \frac{dL}{F}$ (4)

T'_s 导叶有效关闭时间；

L 管长；

t' 相对时间。

$$t' = \frac{t}{T'_s}$$

根据直线关闭的假设，由图一得：开度 τ 与升速开度 τ_n ，升速时间 T_n 和时间 t 的关系如下：

$$\tau = 1 - \frac{t}{T_n} (1 - \tau_n)$$

设水轮机为孔口出流则流速 V 等于：

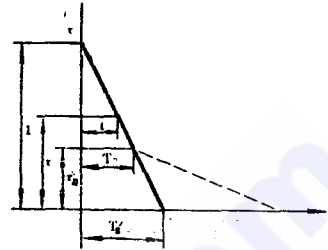
$$\begin{aligned} V &= \tau V_0 \sqrt{1 + \xi} \\ &= \left[1 - \frac{t}{T_n} (1 - \tau_n) \right] V_0 \sqrt{1 + \xi} \end{aligned}$$

令

$$V' = V_0 - \tau_n V_0 \quad \frac{V'}{V_0} = 1 - \tau_n$$

则
$$V = V_0 \left(1 - \frac{t}{Tn} \frac{V'}{V_0'} \right) \sqrt{1 + \xi}$$

$$= V_0 \left(1 - \frac{t}{V_0' Tn} \right) \sqrt{1 + \xi}$$



由图一:

$$\frac{V_0 Tn}{V'} = T'_s$$

则
$$V = V_0 \left(1 - \frac{t}{T'_s} \right) \sqrt{1 + \xi}$$

图一

令
$$q = \frac{V}{V_0}$$

$$t' = \frac{t}{T'_s}$$

$$q = (1 - t') \sqrt{1 + \xi}$$

$$= \tau \sqrt{1 + \xi}$$

令
$$\sqrt{1 + \xi} = X$$

$$q = \tau X$$

$$\frac{dq}{dt'} = - \frac{dq}{d\tau} = - \left(X + \tau \frac{dX}{d\tau} \right)$$

于是由式 (3) 得:

$$\xi = n \left(X + \tau \frac{dX}{d\tau} \right)$$

$$\therefore \xi = X^2 - 1$$

$$\therefore X^2 - 1 = n \left(X + \tau \frac{dX}{d\tau} \right)$$

$$\frac{\tau}{d\tau} = \frac{X^2 - 1 - nX}{n dX}$$

解上述微分方程得:

$$\frac{-2X + n + \sqrt{4 + n^2}}{-2X + n - \sqrt{4 + n^2}} = C\tau \frac{\sqrt{4 + n^2}}{n^2}$$

考虑到 $\tau = 1$ 时 $x = 1$, 定出积分常数得:

$$\frac{-2X + n + \sqrt{4 + n^2}}{-2X + n - \sqrt{4 + n^2}} \bigg/ \frac{-2 + n + \sqrt{4 + n^2}}{-2 + n - \sqrt{4 + n^2}} = \tau \frac{\sqrt{4 + n^2}}{n}$$

由于属末项水击, 故 $\tau = 0$ 时, ξ 最大, 故得:

$$-2X + n + \sqrt{4 + n^2} = 0$$

$$\xi = \frac{n}{2} (n + \sqrt{4 + n^2}) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} n &= \frac{Q_0}{gH_0 T'_s} \int_0^L \frac{dL}{F} = \frac{Q_0}{gH_0' \frac{V_0 T n}{V'}} \int_0^L \frac{dL}{F} \\ &= \frac{Q_0}{gH_0 T n} \frac{V'}{V_0} \int_0^L \frac{dL}{F} \\ &= \frac{Q_0}{gH_0 T n} (1 - \tau_n) \int_0^L \frac{dL}{F} \quad (6) \end{aligned}$$

3. 升速开度 τ_n :

τ_n 值可用试算来决定:

(1) 设 ξ 计算 n'_{1p} 、 a_n 、 τ_n

单位飞逸转速

$$n'_{1p} = n'_{10} \frac{1 + \beta}{\sqrt{1 + \xi}}$$

$$n'_{10} = \frac{n_0 D_1}{\sqrt{H_0}}$$

绝对升速开度 a_n : 根据 n'_{1p} 查水轮机飞逸特性来决定:

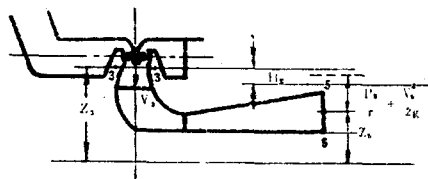
相对升速开度 τ_n :

$$\tau_n = \frac{a_n}{a_0}$$

式中 a_0 —— 额定出力时的绝对开度。

(2) 根据 T_n 、 τ_n 计算 ξ [用式 (5), 式 (6)]。

当所设 ξ 和计算的 ξ 相等或小于允许误差时, 试算结束。相应分段点 T_n 、 τ_n 即可初步决定。但上述计算, 是假设水轮机流量为孔口出流、导叶开度按直线关闭、水锤影响采用修正系数 f , 因此, 计算是近似的, 还必须用列表法 (见后) 考虑水轮机特性, 按时段计算, 并考虑实际的关闭规律和水轮机特性来选定分段点。



图二

二、第二段关闭规律的确定

1. 下面我们采用焦尔登博士 [2] 的方法, 将其公式推导如下:

$$H_s = Z_3 - \left(Z_5 + \frac{p_5}{r} + \frac{a_5 V_5^2}{2g} \right) \quad (11)$$

故得:

$$\frac{p_5}{r} + \frac{a_5 V_5^2}{2g} = -H_s + h_{f_{3-5}} + \frac{1}{g} \frac{dv}{dt} \int_3^5 dL$$

$$a_3 \approx 1, \frac{p_3}{r} = h_3, h_{3-5} = \pm KQ^2$$

(+号表示正向流, -号表示负向流)

$$V = \frac{Q}{F} \quad V_3 = \frac{Q}{F_3}$$

$$\text{则} \quad h_3 + \frac{Q^2}{2gF_3^2} = -H_s \pm KQ^2 + \frac{1}{g} \frac{dQ}{dt} \int_3^5 \frac{dL}{F} \quad (12)$$

$$\text{令} \quad C_s = \int_3^5 \frac{dL}{F} \quad q = \frac{Q}{Q_0}$$

得:

$$\begin{aligned} \frac{dq}{dt} - \frac{C_s Q_0}{g} &= \mp K Q_0 q^2 + \frac{Q_0^2}{2gF_3^2} q^2 + h_3 + H_s \\ &= \left(\mp K Q_0^2 + \frac{Q_0^2}{2gF_3^2} \right) q^2 + h_3 + H_s \end{aligned}$$

$$\frac{dq}{dt} = \left(\frac{\mp g K Q_0^2}{C_s Q_0} + \frac{g Q_0^2}{2g C_s Q_0 F_3^2} \right) q^2 + h_s + H_s$$

$$\frac{dq}{dt} = \left[\frac{\mp g K Q_0^2 (h_s + H_s)}{C_s Q_0 (h_s + H_s)} + \frac{g Q_0^2 (h_s + H_s)}{(h_s + H_s) C_s Q_0 2g F_3^2} \right] q^2 + \frac{(h_s + H_s)g}{C_s Q_0}$$

令

$$K_1 = \frac{(h_s + H_s)g}{C_s Q_0}$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{g(h_s + H_s)}{C_s Q_0} \left(\frac{\mp K Q_0^2}{h_s + H_s} + \frac{Q_0^2}{(h_s + H_s) 2g F_3^2} \right) q^2 + K_1$$

$$= K_1 \left[\left(\mp K + \frac{1}{2g F_3^2} \right) \frac{Q_0^2}{h_s + H_s} \right] q^2 + K_1$$

令

$$\frac{1}{2g F_3^2} \mp K = C_0$$

$$\frac{dq}{dt} = K_1 \left(C_0 \frac{Q_0^2}{h_s + H_s} \right) q^2 + K_1$$

令

$$C_0 \frac{Q_0^2}{h_s + H_s} = K_2$$

$$\frac{dq}{dt} = K_1 K_2 q^2 + K_1$$

$$\frac{dq}{dt} = K_1 (1 + K_2 q^2) \quad (13)$$

解上述微分方程:

$$\frac{dq}{1 + K_2 q^2} - K_1 dt = 0$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{1 + \sqrt{|K_2|}q} + \frac{1}{1 - \sqrt{|K_2|}q} \right) dq - K_1 dt = 0$$

$$\frac{1}{2\sqrt{|K_2|}} \left(\frac{1}{1 + \sqrt{|K_2|}q} \right) d(1 + \sqrt{|K_2|}q) - K_1 dt = 0$$

$$\frac{1}{2\sqrt{|K_2|}} \ln \frac{1 + \sqrt{|K_2|}q}{1 - \sqrt{|K_2|}q} = K_1 t + C$$

当 $t=0, q=1$ 则 $C = \frac{1}{2\sqrt{|K_2|}} \ln \frac{1 + \sqrt{|K_2|}}{1 - \sqrt{|K_2|}}$

最后得:

$$\frac{1}{2\sqrt{|K_2|}} \ln \frac{1 + \sqrt{|K_2|}q}{1 - \sqrt{|K_2|}q} = K_1 t + \frac{1}{2\sqrt{|K_2|}} \ln \frac{1 + \sqrt{|K_2|}}{1 - \sqrt{|K_2|}} \quad (14)$$

式(14)给出了过渡过程期间, 时间 t 与相对流量 q 的关系。当 K_1, K_2 一定时, 可以绘制 $q = f(|K_1|t)$ 及 $Q = f(t)$ 关系曲线。

2. $q_t = f(t)$ 曲线

q_t 代表在过渡过程中, 通过导叶进入尾水管的相对流量 q_t 随时间的变化, 这根曲线完全由所选择的关闭规律、水轮机的综合特性来决定。而关闭规律在 (τ_a, T_a) 以前已确定。后一段根据需要, 可以采用一段或二段关闭。当关闭规律方案一定时, 可以利用列表法^[6]精确的计算 $q_t = f(t)$ 其计算过程为:

- (1) 时间 t_i ;
- (2) 导叶相对开度 τ_i ;
- (3) 导叶绝对开度 $a_i = a_0 \tau_i$ (a_0 额定工况的开度)
- (4) 设定水头 H_i ;
- (5) 水锤相对升高 $\xi_i = \frac{H_i - H_0}{H_0}$;
- (6) 转速 n_i ;
- (7) 单位转速 $n'_{1i} = \frac{n_i D_1}{\sqrt{H_i}}$;
- (8) 根据 n'_{1i} 及 τ_i 查 Q'_{1i} ;

(9) 相对流速 $V_i = - \frac{Q'_{i1}}{Q'_{10}} \sqrt{1 + \xi_i}$

(10) $\xi_i = - T_w \frac{(V_i - V_{i-1})}{(t_i - t_{i-1})}$

(11) 计算水头 $H_i = H_0(1 + \xi_i)$

假设 $H_i =$ 计算 H_i 则:

(12) 查 $\eta_i + \Delta\eta$

$\Delta\eta$ 效率修正值

(13) $Q_i: Q_i = Q'_{i1} D_1^2 \sqrt{H_i}$

(14) $N_i: N_i = 9.81 Q_i H_i \eta_i$

(15) $\beta_i: \beta_i = \sqrt{1 + \frac{365(N_{i-1} + N_i)}{G_D^2 - n_{i-1}^2}} - 1$

(16) $n_i: n_i = (1 + \beta_i)n_{i-1}$

(17) $q_i: q_i = Q_i/Q_0$

利用第一项和第十七项结果可绘制 $q_i = f(t)$ 曲线。

3. 碰撞时间 T_R 和反向流量 q_R

根据 $q = f(t)$ 及 $q_i = f(t)$ 可以绘制

$$\int_0^t q dt \text{ 和 } \int_0^t q_i dt \text{ 曲线}$$

$Q_0 \int_0^t q dt$ 代表尾水管中在不稳定流期间从转轮后流走的水体体积; $Q_0 \int_0^t q_i dt$ 代表从导叶流进尾水管中的水体体积。若

$$Q_0 \int_0^t q dt > Q_0 \int_0^t q_i dt$$

则水柱发生分离。而水柱分离后当:

$$Q_0 \int_0^t q dt = Q_0 \int_0^t q_i dt$$

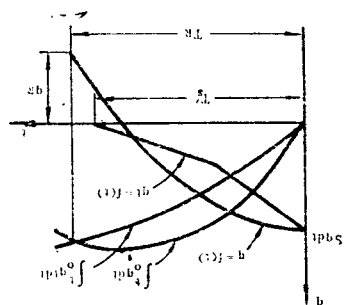
则水流发生碰撞。所以,水柱分离后发生碰撞的时间 T_R 则由 $\int_0^t q dt$ 和 $\int_0^t q_i dt$ 曲线的交点来确定。如图三所示。

而在 T_R 时, $q = f(t)$ 曲线相应的流量 q_R 即为反向流的流量。

4. 反水锤水头

反水锤值可用下式计算:

$$\xi_{反} = - T_w \frac{dq}{dt} = - T_w \frac{\Delta q}{\Delta t}$$



图三

式中
$$T_w = \frac{Q_0}{gH_0} \int_3^5 \frac{dL}{F}$$

$$\Delta T = \frac{2L}{a}$$

L ——断面3—5的距离

a ——水锤波速

$$\Delta q = (0 - q_R) = -q_R$$

故
$$\xi_{反} = \left(-\frac{Q_0}{gH_0 \Delta t} \int_3^5 \frac{dL}{F} \right) q_R \quad (15)$$

$$h_s = \frac{p_s}{\rho} = H_0 (1 + \xi_{反}) \quad (16)$$

参 考 文 献

- [1] Г.Н.克里夫琴科: 《水电站动力装置的过渡过程》水利出版社 1981.5.
- [2] Dr Ing vlado Jordan: "Reverse water hammer in turbine draft tubes" water Power 1975.2.
- [3] 华东水利学院等编: 《水轮机调节》 电力工业出版社, 1981.4.
- [4] 秋元德三著: 支培法等译《水击与压力脉动》 电力工业出版社, 1981.2.
- [5] JOHN PARMAKIAN "Waterhammer analysis" PRENTICE—HALL, INC. New york 1955.
- [6] 王树仁等编著: 《水击理论与水击计算》 清华大学出版社1981.5.