

应用断裂力学探讨 大体积混凝土表面裂缝的稳定性*

水利电力部成都勘测设计院 牛道昌

一、問題的提出

水工大体积混凝土的裂缝，一直是重要的质量问题之一。一些严重的裂缝，会对坝体抗渗性、耐久性和整体性带来一定的危害，因此应尽量避免发生严重的裂缝——如基础部位的贯穿性裂缝和迎水面的深层裂缝等。

裂缝的型式大致可分为两大类：表面裂缝和贯穿性裂缝。在工程中表面裂缝占绝大多数，有些表面裂缝可以扩展成深层裂缝，甚至将整个结构贯穿而形成贯穿性裂缝。笼统地讲，表面裂缝是由于混凝土的内外温差过大造成的。气温骤降（冷空气或寒潮侵袭），是产生混凝土表层区域内外温差过大的重要因素。通常认为：气温骤降期间，混凝土的表层区域温度急剧变化，形成很陡的温度梯度，这时混凝土的徐变性能未能发挥出来，促使产生较大的温度应力，导致混凝土表层开裂。在施工期间，混凝土内部水化热尚未大量散发，内外温差更大，使混凝土表层更易产生开裂现象。很多工程资料表明，每经过一次气温骤降之后，在坝体浇筑块表面都要出现一些新的裂缝，或使得一些已有裂缝扩展；若再加上其他不利因素的影响（如在约束区内的混凝土），表面裂缝可能贯穿整个浇筑块。因此，有必要进一步研究混凝土表面裂缝发生和扩展的机理。

常规的应力分析方法（弹性力学、材料力学的方法）是：把混凝土当作均质、连续、各向同性的理想弹性体；并认为混凝土的表面，是在它的拉应力超过极限抗拉强度时才被拉开。但是，实际上混凝土是一种非均质的混合材料，近于弹脆性体；特别是大体积混凝土，总是存在程度不同的初始裂缝或缺陷（如干缩裂缝、施工冷缝、蜂窝等）。在这种情况下的应力状态与理想弹性体的应力状态是迥然不同的，它的开裂应是在已有裂缝（缺陷）情况下的扩展。即使混凝土表面应力小于它的极限抗拉强度时，裂缝也仍会扩展，即存在所谓低应力状态下的开裂，这就需要应用断裂力学的概念来分析混凝土表面裂缝的稳定性，预测裂缝的扩展深度和探讨提高结构物抗裂性能。

目前，运用断裂力学来探索大体积混凝土开裂的扩展过程尚属开端，有待发展。本文拟应用线弹性断裂力学方法，对大体积混凝土在气温骤降作用下表面裂缝的稳定性计算与分

* 本文承徐世志同志校核与修改，仅此致谢。

析进行初步讨论，以期同关心此问题的同志们商讨。

二、线弹性断裂力学基本概念的引用 及有关应力强度因子的计算

现取一无限大的平面（板），在板中心有一条长为 $2a$ 的张开型（I型）裂缝，在垂直于裂缝方向作用均布拉力（图1a），利用弹性力学的方法可求出裂缝尖端区域的任意点（A）的应力分量，它的一般表达式为：

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (i, j = x, y \text{ 或 } \gamma, \theta) \quad (1)$$

K_I 是反映裂缝尖端区域弹性应力场强度的力学参数，称为应力强度因子，它与结构的受力状态、几何形状、边界条件有关。它的一般表达式可写成：

$$K_I = m \sigma \sqrt{\pi a} \quad (\text{公斤}/\text{厘米}^{3/2}) \quad (2)$$

式中 m 为修正系数，对于图1情况其 m 为1，即 $K_I = \sqrt{\pi a}$ 。通常 K_I 的计算公式可查有关应力强度因子资料（或手册）。

对于具有已知裂缝长度的结构，当外荷载增加时， K_I 随之增大； K_I 达到一定程度时，即使外荷载不再增加，裂缝也会迅速扩展，这种现象称为裂缝的失稳扩展。这时，材料将发生脆性断裂， K_I 达到了临界值— K_{Ic} 。 K_{Ic} 称为材料的断裂韧度，系通过试验测定。带裂缝构件产生脆断的临界条件，即脆性断裂的判据，可写成：

$$K_I = K_{Ic} \quad (3)$$

通常取张开型和扩展型式的 K_{Ic} 值为平面应变情况下所测得的 K_{Ic} 值，因为在此情况下 K_{Ic} 值最小，最容易产生裂缝扩展。对于研究水工混凝土结构裂缝扩展的问题，可以利用上述方法计算 K_I 值和通过试验测定 K_{Ic} 值，据此来判断混凝土裂缝扩展的稳定性。

混凝土的 K_{Ic} 值的资料较少，一些有关单位正在进行试验研究。现将搜集到的试验数值列入表1。

通常大体积混凝土表面裂缝的尺寸，远小于混凝土浇筑块的几何尺寸，裂缝的深度也远小于裂缝的长度。因此，这种裂缝可以看成半无限大平面的浅单边裂缝，气温骤降作为外荷载所产生的 K_I 值，可利用应力场叠加原理和应力强度因子叠加原理来计算。

应力场叠加原理指出：在复杂的外力作用下，裂缝尖端的 K_I ，系假定外力不发生作用、在裂缝所在位置的缝面上反向作用于无裂缝时，外力产生的应力所导致的 K_I 。对于由温度应力所产生的张开裂缝扩展问题，其 K_I 值的计算如图2所示：

即： $K_I^{(a)} = K_I^{(e)}$ (4)

应力强度因子叠加原理指出：在复杂荷载组合的作用下，张开型裂缝尖端处的总应力场强度因子 K_I ，等于各单个荷载作用下，各应力场强度因子 $K_I^{(1)}, K_I^{(2)} \dots \dots$ 的代数和，即：

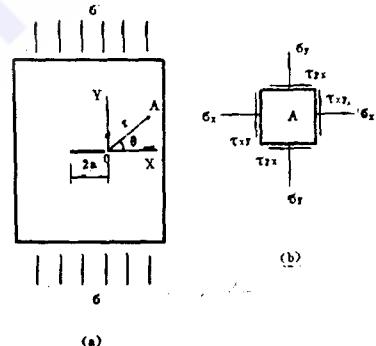


图 1

表 1

实测混凝土 K_{tc} 成果表

材 料	σ (公斤/厘米 ²)	E (公斤/厘米 ²)	K_{tc} (公斤/厘米 ³)	注
混凝土(石 灰岩、碎石)		38.5×10^4	118.0	M.F.Kaplan 的试验[1]
混凝土(石 英岩、卵石)		29.5×10^4	82.6	(同上)
混凝土	7.48(极限弯 曲强度)	4.4×10^4	89.5	S.Mindess 等试验 [2]
混凝土	100~300 (抗压强度)	11.3×10^4 $\sim 19.8 \times 10^4$	30×60	湖南省水电设计院试 验[3]
混凝土	270(抗压强度) 20.7(抗拉强度)	18×10^4	37~60	水利水电科研院试验[4]

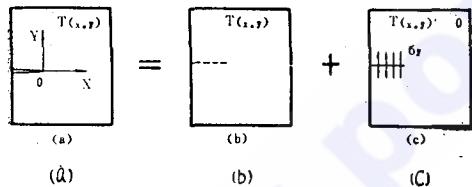


图 2

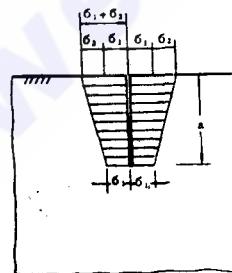


图 3

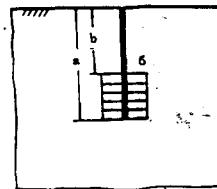


图 4

$$K_t = K_t^{(1)} + K_t^{(2)} + K_t^{(3)} + \dots \quad (5)$$

现将几种可能利用的简单受力情况下，半无限平面的浅单边裂缝的 K_t 计算公式列出如下(7)：

(一) 在裂缝长为 a 的表面上，受线性变化应力作用(如图 3)为：

$$K_t = (1.1215\sigma_1 + 0.439\sigma_1)\sqrt{\pi a} \quad (6)$$

当受均匀应力时， $\sigma_2 = 0$ ，

$$K_t = 1.1215\sigma_1\sqrt{\pi a} \quad (6-1)$$

当 $\sigma_1 = 0$ 时，

$$K_t = 0.439\sigma_2\sqrt{\pi a} \quad (6-2)$$

(二) 在裂缝长为 a 的表面上，局部受均匀应力作用(如图 4)为：

$$K_t = \frac{2}{\pi} \cos^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) \left[1 + F\left(\frac{b}{a}\right) \right] \sigma \sqrt{\pi a} \quad (7)$$

式中，对 $\frac{b}{a}$ 的不同值的函数 $F\left(\frac{b}{a}\right)$ 列于表 2。

表 2

函数 $F\left(\frac{b}{a}\right)$ 值

$\frac{b}{a}$	$F\left(\frac{b}{a}\right)$	$\frac{b}{a}$	$F\left(\frac{b}{a}\right)$
0.00	0.12147	0.60	0.04624
0.10	0.10984	0.70	0.03408
0.20	0.09733	0.80	0.02244
0.30	0.08443	0.90	0.01383
0.40	0.07150	1.00	0.00
0.50	0.05874		

(三) 在裂缝长为 a 的表面上, 受到具有下列多项式的非线性应力作用 (如图 5) 时:

$$\sigma_r(x, o) = \sigma \sum_{n=0}^{10} C_n \left(\frac{x}{a}\right)^n \quad (8)$$

式中: $C_0, C_1, C_2, \dots, C_{10}$ 是任意常数。此问题的应力强度因子为:

$$K_I = (1.1215C_0 + 0.6829C_1 + 0.5255C_2 + 0.4410C_3 + 0.3868C_4 + 0.3485C_5 + 0.3196C_6 + 0.2968C_7 + 0.2783C_8 + 0.2628C_9 + 0.2496C_{10}) \sigma \sqrt{\pi a} \quad (9)$$

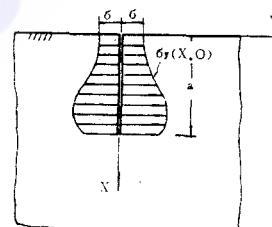


图 5

三、混凝土表面裂缝稳定的计算与分析

进行裂缝稳定性的计算与分析时, 首先根据应力场叠加原理, 按常规的应力分析方法, 计算出混凝土表层无裂缝时由于气温骤降在混凝土表层裂缝位置所引起的内力; 然后不考虑气温骤降作用, 将此内力反向作用于裂缝表面上, 作为裂缝表面的荷载, 再计算此种情况下的 K_I 。在计算 K_I 时, 就可根据应力强度因子叠加原理, 利用已有的简单受力情况下的 K_I 计算公式, 来求得气温骤降作用下的 K_I 值。已知材料的 K_{Ic} 值, 即可判断裂缝的稳定性, 临界裂缝深度 (a_{lc}) 和裂缝扩展深度 (a_{ip})。现将具体的计算步骤及分析成果分述如下:

(一) 气温骤降在混凝土表层所产生的温度应力

气温骤降可使日平均气温在短时间 (1~3天) 内急骤下降, 然后气温再回升。一般以一天之内 (24小时) 的日平均气温下降值, 表示该次气温骤降的幅度。通过对工程所在地区气温资料的统计分析, 可以获得该地区气温骤降的有关参数 (骤降幅度、出现频率等)。将气温骤降的过程线, 简化为 “ ∇ ” 的典型过程线, 再按骤降的时间分为一、二、三日型等几种典型过程线。图 6 为 $\times \times$ 工程所在地区气温骤降的三种典型过程线。

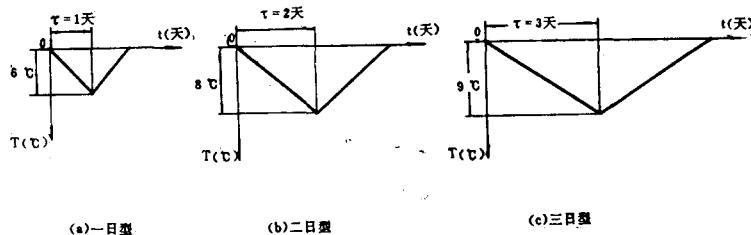


图 6

已知气温骤降过程线，即可将混凝土浇筑块看成为厚度足够大($2l$)的无限大平板，按此来计算其表层各点的温度过程线和应力过程线^{[8][9]}。温度计算公式为：

$$\Delta T(x, \tau) = m\tau - \frac{m}{2a} \left[l^2 \left(1 + \frac{2\lambda}{\beta l} \right) - x^2 \right] + \frac{ml^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\mu_n^2} \cos \mu_n \frac{x}{l} e^{-\mu_n^2 \cdot \frac{a\tau}{l^2}}$$

式中：
m——气温骤降速率(℃/天)；

a——混凝土的导温系数(米²/天)；

τ ——时间(天)；

l ——混凝土浇筑块厚度之半(米)；

β ——混凝土在空气中的放热系数(大卡/米²时℃)；

λ ——混凝土的导热系数(大卡/米时℃)；

x——板内任意点距板中心线的距离。在板表面X=±l。

$$A_n = \frac{\sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} \quad (\text{此值可查表 9}) ;$$

$$\mu_n \tan \mu_n = \frac{\beta l}{\lambda}.$$

温度应力可按下式计算：

$$\sigma = \frac{E\alpha}{1-\mu} \Delta T \quad (\text{公斤/厘米}^2) \quad (11)$$

式中：E——混凝土的弹性模量(公斤/厘米²)；

d——混凝土的线胀系数(1/℃)；

μ ——混凝土的波桑比。

图7—(a)为上述××工程所在地区的一日型气温骤降典型过程线，混凝土表层产生的温度过程线与应力过程线，由此可得表面应力最大时的表层应力分布曲线，取其反向作用于相应裂缝的表面，作为计算裂缝稳定性的荷载分布曲线(图7—(b))。同样，也可得到相应的二日型、三日型的荷载曲线(见表3)。

(二) 混凝土表面裂缝稳定性的校核、临界裂缝长度(a_{lc})及裂缝扩展深度(a_{lp})的计算

利用荷载分布曲线，将相应于裂缝位置的荷载作用于裂缝表面，可以计算具有已知裂缝深度的混凝土块体的应力强度因子 K_I 。在靠近混凝土表面的荷载分布曲线近似呈直线，故可利用公式(6)计算 K_I ；当裂缝较深时，荷载减少缓慢，曲线平缓，此时计算 K_I 就不宜采

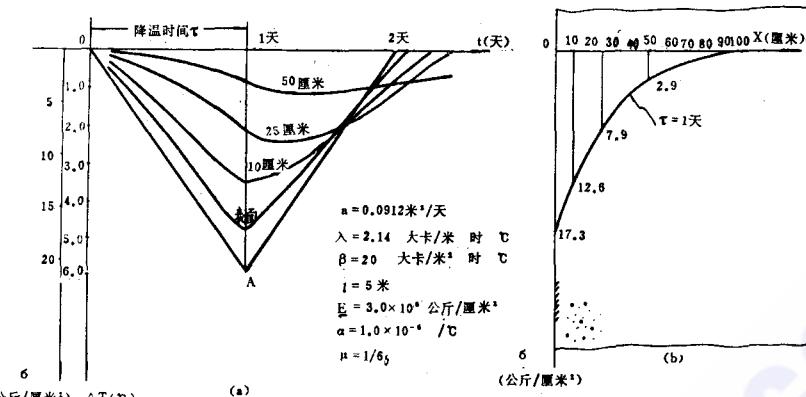


图 7

用(6)式，应根据应力场叠加原理利用式(7)。采用数值积分的方法，将其计算荷载图形分成n固均匀的荷载(如图8中n为5的斜线部分)，分别计算各部位的 $K_I^{(i)}$ ，将其叠加

如 $\sum_{i=1}^n K_I^{(i)}$ 。再计算以表面应力为均匀荷载产生的 $K_I^{(s)}$ ，则

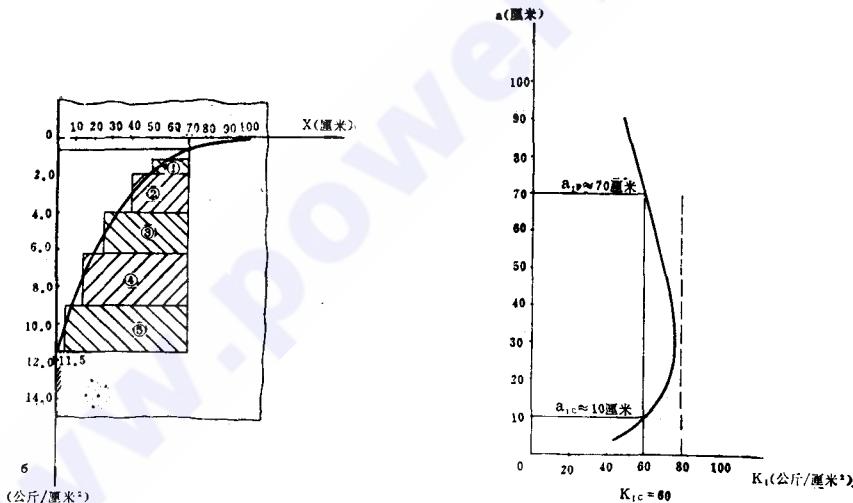


图 8

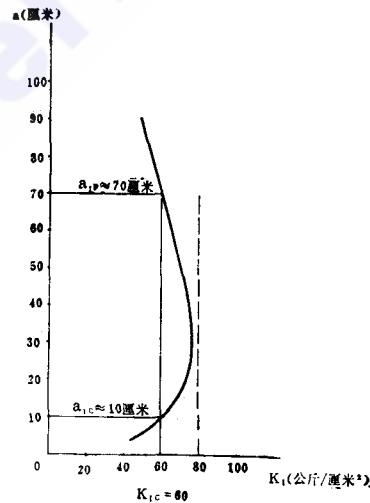


图 9

$$K_I = K_I^{(s)} - \sum_{i=1}^n K_I^{(i)} \quad (12)$$

式中： K_I 即为在气温逐降作用下，混凝土表面裂缝尖端的应力强度因子。

当 K_I 的计算值小于 K_{Ic} 时，该条裂缝是稳定的；反之，裂缝就要失稳扩展。将 $K_I = K_{Ic}$ 时的裂缝深度，定为临界深度(a_{Ic})。

在进行计算时，首先假设不同的裂缝深度，计算出相应的 K_I 值，可绘制成 $K_I \sim a_I$ (裂缝深度)关系曲线(图9)。在 K_I 坐标轴上取 K_{Ic} 点，作平行于 a_I 坐标轴的直线。该直线可与曲线分别相交于A、B两点。A点对应的 a_I 值，为裂缝临界深度(a_{Ic})；B点对应的 a_I 值

为裂缝扩展深度，即裂缝失稳的开裂深度 (a_{IP})。

例1：某混凝土浇筑块，在一侧发现有一条深为5厘米的表面裂缝，另一侧有一条深为25厘米的表面裂缝。如遇一日型（A）（见表3）气温骤降，其裂缝表面荷载分布曲线如图8。试求这两条裂缝是否稳定？裂缝将扩展多深？为使裂缝不再扩展，该混凝土块允许多深的初始裂缝（即裂缝的临界深度）？（假设混凝土的 K_{Ic} 为60公斤/厘米^{3/2}）

1、对于深度为5厘米的初始裂缝，按式（6）计算应力强度因子：

$$K_I = (1.1215 \times 10.1 + 0.439 \times 1.4) \sqrt{\pi \times 5} \\ = 47.3 \text{ 公斤/厘米}^{3/2} < 60 \text{ 公斤/厘米}^{3/2},$$

该条裂缝是稳定的。

2、对于深度为25厘米的初始裂缝，应力强度因子为：

$$K_I = (1.1215 \times 5.2) + 0.439 \times 6.3 \sqrt{\pi \times 25} \\ = 76.0 \text{ 公斤/厘米}^{3/2} > 60 \text{ 公斤/厘米}^{3/2}$$

该条裂缝是不稳定的，裂缝要扩展。可假设裂缝扩展到不同深度，如50厘米，70厘米，90厘米等。作出 $K_I \sim a_I$ 曲线（图9）由图中查得 $K_I = K_{Ic} = 60$ 公斤/厘米^{3/2} 时的裂缝深度，即为裂缝扩展深度 (a_{Ip})，约为70厘米。

3、临界裂缝深度 (a_{Ic}) 的确定：由上述结果可知，临界裂缝深度在5~25厘米之间。在此范围内，再假设不同深度的裂缝计算 K_I 值，将前面提到的 $K_I \sim a$ 曲线向下部延伸（图9），取 $K_I = K_{Ic} = 60$ 公斤/厘米^{3/2} 时的裂缝深度，即为临界裂缝深度 (a_{Ic})，其值约为10厘米。

（三）混凝土表面开裂深度的估算

对无表面裂缝的混凝土浇筑块，由于气温骤降，产生的表面应力在深度较小范围内达到了混凝土的极限抗拉强度（考虑了混凝土的塑性性质，认为混凝土在不大的范围内达到极限抗拉强度 σ_p ，此时混凝土并未被拉裂，该范围内的荷载可近似呈均匀分布，其值等于 σ_p ）。在此情况下，混凝土如一旦开裂，也可用上述的方法计算应力强度因子 K_I ，估算裂缝扩展深度。

例2：某混凝土浇筑块无表面裂缝，在气温骤降期间的表层荷载分布曲线如图10（a）所示，试问：如该块混凝土一旦开裂，裂缝深度可达多少？（假设混凝土 $K_{Ic} = 60$ 公斤/厘米^{3/2}， $\sigma_p = 20$ 公斤/厘米²）

如同上述方法，利用公式（12）计算不同深度裂缝 (a_I) 的 K_I 值，作出 $K_I \sim a_I$ 曲线图10—(b)。由曲线可得出与 K_{Ic} 相对应的 a_{IP} ，即为裂缝扩展深度 a_{Ic} ，其值约为3.5米。

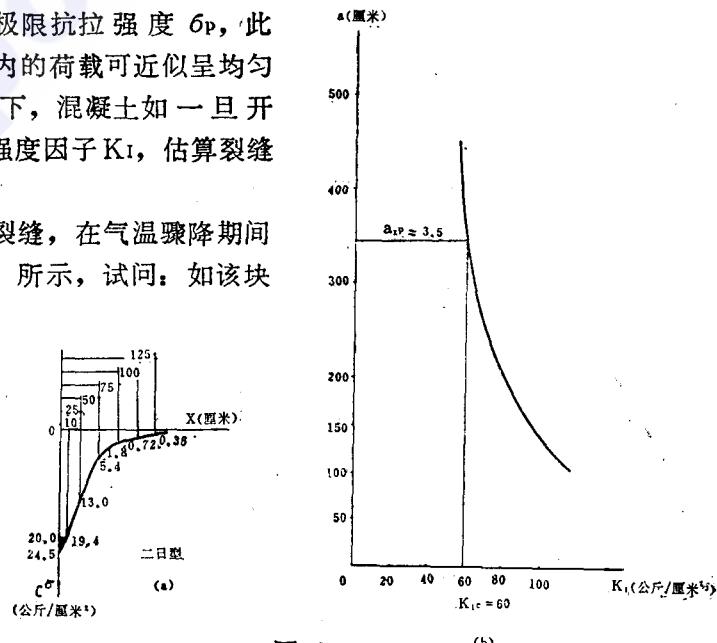


图10

现取 K_{Ic} 分别为60公斤/厘米^{3/2}，80公斤/厘米^{3/2}，100公斤/厘米^{3/2}，将几种气温骤降下的

表3 临界裂缝深度(a_{lc})、裂缝扩展深度(a_{lp})计算成果表

项目 气温骤降 类型	一一日型			二日型	三日型
	(A)	(B)	(C)		
气温骤降曲线	$\tau=1$ 天 	$\tau=1$ 天 	$\tau=1$ 天 	$\tau=2$ 天 	$\tau=3$ 天
裂缝表面荷载分布 曲线					
$K_{1c} = 60$ 公斤/厘米 ^{3/2}	a_{lc} (厘米) 米	10 0.7	4.0 1.2	4.0 2.0	0° 3.5
$K_{1c} = 80$ 公斤/厘米 ^{3/2}	a_{lc} (厘米) 米	/※ /※	7.0 0.9	5.0 1.6	0° 2.0
$K_{1c} = 100$ 公斤/厘米 ^{3/2}	a_{lc} (厘米) 米	/※ /※	13 0.7	8.0 1.4	0° 1.4

注 /※：任何深度的裂缝都是狭窄的，不会发生扩展现象。

0°：不允许有任何表面裂缝。

临界裂缝深度及扩展深度计算结果列表（如表3）。

(四) 计算成果分析

1、临界裂缝的深度(a_{lc})随气温骤降程度的增加而减少。上述计算得出的临界裂缝深度值小者为0，大者约10余厘米。对大体积混凝土来说，施工期混凝土初始裂缝小于10厘米时才不会扩展。从目前我国的施工水平来看，这一要求是很苛刻的，如果在工程中采用临界裂缝深度作为质量控制的指标是不切实际的。

还应当指出：本文所考虑的几种类型的气温骤降，尚不属于严重情况。在我国北方地区和长江流域的广大地区，每年冬、春季气温骤降要严重得多，一天之内平均气温下降8℃以上经常会出现。在这种情况下，相应的临界裂缝深度还要小，裂缝更易扩展。所以，大体积混凝土在施工期间容易发生表面裂缝扩展现象，也说明了为什么在工程中每当一次气温骤降之后，就要出现裂缝。且日常中人们所观测到的表面裂缝，多是经过不断扩展后的裂缝。

2、混凝土裂缝扩展的深度，随气温骤降程度的增加而加深。例如，当 K_{1c} 为60公斤/厘米^{3/2}时，对一日型气温骤降的裂缝，扩展深度约为0.7米~2.0米；二日型约为3.5米；三日型约为8.0米（见表3）。估算裂缝的扩展深度，可以预测裂缝对结构物的影响。当表面裂缝的扩展深度与大体积混凝土的几何尺度相比甚小，且处于非重要部位时，裂缝扩展就不会对结构物造成危害。如果两者的几何尺度相比较大，且在重要部位（如基础约束区的混凝土浇筑块、迎水面的外部混凝土），则应引起重视，避免出现危害结构物的贯穿性裂缝或深层裂缝。

3、 K_1 的数值与外荷载（温度应力）有直接的关系，减少外荷载就可减少裂缝扩展深度。外荷载的大小，取决于气温骤降程度对混凝土表面温度的影响，采取表面保护措施，例

如：在气温骤降期间，采用保温材料覆盖混凝土表面或采用保温模板、延长拆模时间、封堵建筑物的孔洞等措施，可减小气温骤降带来的不利影响，以减少混凝土表面及表层的温度应力，从而降低 K_Ic 值，这是减少裂缝扩展深度的有力措施之一。

4、混凝土的断裂韧度(K_{Ic})，是度量裂缝稳定性的“界标”。 K_{Ic} 大，即材料抵抗裂缝扩展的能力强，因此提高混凝土的 K_{Ic} 是减少裂缝扩展深度的重要途径之一。由图9可看出：对一日型的气温骤降来说，当混凝土 $K_{Ic} > 80$ 公斤/厘米^{3/2}时，任何深度的表面裂缝都是稳定的。

5、以上计算，都是假定混凝土只出现一条裂缝（或数条裂缝但间隔相距甚远，互不影响）的情况，且只有一次气温骤降的作用。如有数条裂缝相距较近时， K_I 的计算就较复杂。数条裂缝的出现，会使裂缝尖端附近的应力集中程度减弱， K_I 就会减小，对防止裂缝的扩展是有利的。多次气温骤降又会使混凝土受到重复荷载的作用，裂缝会不断深化，则是不利因素。这两种情况，是目前尚需进一步研究的问题。

四、結語

(一) 应用断裂力学可以探讨混凝土表面裂缝发展的机理，它能较合理地解释在工程实践中发生的混凝土开裂现象。本文对混凝土表面裂缝稳定性的计算与分析表明，在气温骤降作用下，处于低应力状态的混凝土表面裂缝，存在失稳扩展现象，裂缝扩展很容易发生。

(二) 为了减少表面裂缝的扩展深度，可采用表面保护和结构设计（予留缝）等措施。另外，应保证表层混凝土的施工质量，对特殊部位的表层混凝土，有必要另行提出质量要求，以提高混凝土的断裂韧度(K_{Ic})。

(三) 建议在温控设计中，对混凝土的抗裂性能，不但要提出混凝土的极限拉伸值(ϵ_p)或极限抗拉强度(σ_p)的指标，还应提出混凝土的断裂韧度指标(K_{Ic})。

(四) 断裂力学目前在水工混凝土中的应用，尚处于探索阶段，本文仅对混凝土表面裂缝稳定性进行了初步分析。一些更复杂的问题，如多荷载的作用，交变荷载的作用等问题，尚待进一步研究。

主要参考文献

- [1] M.F.Kaplan: Crack propagation and the fracture of concrete, J.ACI, No. 5, 1961.
- [2] “断裂力学”(四)——力学参考资料，科学技术文献出版社重庆分社，1980。
- [3] 湖南省水利电力勘测设计院：拓溪电站大坝混凝土断裂韧性试验研究报告，1979.11。
- [4] 水利水电科学研究院结构所：岩基上混凝土闸墩裂缝的成因和稳定的分析，《水利水电技术》，1981年，第六期。
- [5] 潘家铮：断裂力学在水工结构设计中的应用，《水利学报》，1980年，第一期。
- [6] 褚武扬：断裂力学基础，科学出版社，1979年。
- [7] G.C.Sih (蔡昌明)：应力强度因子手册，中南矿冶学院译，1980年。
- [8] 朱伯芳等：水工混凝土结构的温度应力与测度控制，水利电力出版社，1976.9。
- [9] A.B.雷柯夫著，热传导理论，裘烈钩，丁履德译：高教出版社，1956。