

气温骤降作用下混凝土表层温度 的简化计算方法*

水利电力部成都勘测设计院 牛道昌

前 言

大体积混凝土的裂缝已是混凝土坝施工中的重大质量问题之一。在混凝土中出现的裂缝绝大多数为表面裂缝,浅层的表面裂缝不会对坝体带来危害,通常不必对所有的表面裂缝进行处理,但是也应注意到一些表面裂缝会发展成深层裂缝或贯穿性裂缝。据一些工程资料分析,大多数的贯穿性裂缝也是由于表面裂缝的不断扩展而形成的。发生在重要部位的贯穿性裂缝和深层裂缝,如在坝体的基础部位或迎水面等处,就会影响到结构物的耐久性、防渗性和整体性,造成较为严重的后果,这就需要采取工程措施来进行补强或防渗处理。这种事例在国内外的工程中都曾有发生。因此,目前人们对表面裂缝的扩展所带来的危害有了进一步的认识。同时,还认为表面裂缝产生的主要原因是气温骤降(俗称冷空气入侵或寒潮)。在气温骤降期间,通常还伴随着大风,更加速了空气与混凝土表面的热交换,促使表层混凝土的温度急骤下降。而表层混凝土的降温收缩受到内部混凝土的约束,会在混凝土表层产生过大的拉应力,使得混凝土开裂或使已有裂缝进一步地扩展。

众所周知,我国是受气温骤降影响较大的国家。每当秋末或冬、春季节,冷空气经常不断地由北向南侵袭,不仅直接影响到北方各省,还波及到长江流域的广大地区。由于水电工程多处于高山峡谷地带,气温骤降表现得尤为突出。气温骤降的全过程,是指在短时间内(通常1~3天)日平均气温骤然下降,然后气温逐渐回升。其实测降温过程线的形状,大都可简化为“V”型和“U”型或较复杂的形状(如“W”型)等。由于实测骤降过程线呈折线型,用解析方法不能求得该种边界条件下的混凝土温度计算的解答,但可以利用简单边界条件按时段相应叠加的方法,来计算混凝土表层不同深度的温度变化,从而了解外界气温骤降对混凝土施工的影响,为大体积混凝土施工确定合理的温控标准及提供表面保护措施的依据。

一、混凝土表层温度的简化计算方法

坝体混凝土浇筑块的几何尺寸通常都在十几米以上,而气温骤降影响较大的深度也只有

*注:本文由徐世志同志审阅并修改,在此示谢。

半米左右。所以,当混凝土块体厚度与所要考虑的表层深度相比有足够大时,块厚对表层温度的影响就很小。因此,在进行混凝土表层温度计算时,可以把混凝土浇筑块看成具有足够厚度的无限大平板。当边界气温为时间的线性函数时,计算混凝土板内(沿板厚)任意时刻温度的解析解答式冗长,计算参数庞杂,计算工作量也很大。为了减少计算工作量,可计算出在单位气温骤降作用下混凝土表层不同深度在不同时刻的温度值,此温度值称为“温降系数”,并将降温系数列为表格或绘制成曲线。当计算气温骤降作用下的混凝土表层温度时,可将气温过程线的各个不同时段温降值(包括气温回升时段的回升值)乘以相应深度的温降系数,按其相应时段进行代数值的叠加,则可求出在不同时刻该深度处的温度值,并可绘制出混凝土表层不同深度处的温度过程线和温度分布曲线。如果混凝土的导温系数(α 值)热交换系数(β 值)与已给表格(或曲线)中所采用的数值不符时,则可根据简单的关系式进行换算,以作修正。

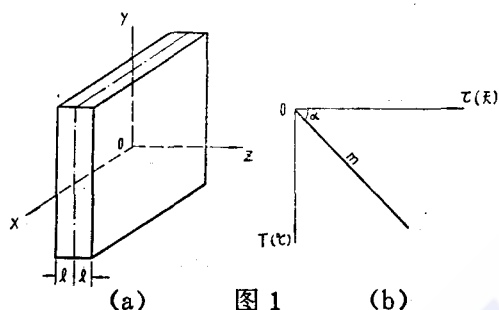


图 1

上述简化计算方法,可以省去大量的、繁琐的计算工作,且能满足一般的工程计算精度要求。

(一) 基本数学模式及其解答

厚度为 $2l$ 的无限大平板,初始温度为零(图 1-a),板两侧介质的温度是时间的线性函数,即初始瞬时介质温度以不变的速度($m^\circ\text{C}/\text{天}$)下降(或上升),且为第三类边界条件(图 1-b),要求在任何时刻沿平

板厚度之温度分布。

此问题属单向散热,其热传导微分方程式为:

$$\frac{\partial T(Z, \tau)}{\partial \tau} = \alpha \frac{\partial^2 T(Z, \tau)}{\partial Z^2} \quad (1)$$

式中: α ——材料的导温系数。

边界条件:

$$\left. \begin{aligned} &\text{当时间 } \tau = 0 \quad \text{温度 } T(Z, 0) = 0 \\ &\text{当 } \tau > 0 \quad Z = 0 \quad \frac{\partial T(0, \tau)}{\partial Z} = 0 \\ &\text{当 } \tau > 0 \quad Z = \pm l \quad \frac{\lambda \partial T(l, \tau)}{\partial Z} - \beta[m\tau - T(l, \tau)] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

满足以上边值条件的解为[1]、[2]:

$$\begin{aligned} T(Z, \tau) &= m\tau - \frac{m}{2\alpha} \left[l^2 \left(1 + \frac{2\lambda}{\beta l} \right) - Z^2 \right] + \frac{ml^2}{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\mu_n} \cos \mu_n \frac{Z}{l} \cdot e^{-\mu_n^2 \frac{\alpha \tau}{l^2}} \\ &= m \left\{ \tau - \frac{1}{2\alpha} \left[l^2 \left(1 + \frac{2\lambda}{\beta l} \right) - Z^2 \right] + \frac{l^2}{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\mu_n} \cos \mu_n \frac{Z}{l} \cdot e^{-\mu_n^2 \frac{\alpha \tau}{l^2}} \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

式中: λ ——材料的导热系数;

β ——介质的热交换系数;

$$A_n = \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n},$$

$$\mu_n \tan \mu_n = \frac{\beta l}{\lambda}.$$

μ_n 、 A_n 可由文献[1]中的表6—1和表6—2查得。

当单位气温骤降时 (即 $m_0 = 1^\circ\text{C}/\text{天}$), 由 (3) 式得温降系数:

$$t(Z, \tau) = \frac{T(Z, \tau)}{m} \quad [^\circ\text{C}/^\circ\text{C}/\text{天}] \quad (4)$$

笔者曾利用公式 (3) 和 (4) 进行了混凝土表层的温度计算, 计算时取混凝土板厚 $2l = 10$ 米, 采用二滩工程设计的有关基本数据, 式 (3) 中的级数部分共取了六项 ($\sum_{n=1}^6 \dots$), 计算了在混凝土的表面、10、25、50 和 75 厘米等 5 个深度的不同时刻的温度系数 $t(Z, \tau)$ 值, 其数值如表 1。将表 1 绘制成曲线如图 2 所示。

(二) 介质温度为气温骤降时的温度计算。

气温骤降过程线为一折线形, 每个线段所代表的气温变化可看成是分别与时间有关的线性函数, 利用表 1 (或图 2) 的温降系数乘各时间段温降速度的变化值——即该时段与前时段的温降速度之差 ($\Delta m_i = m_i - m_{i-1}$)*, 再按相应的时段进行叠加, 便得到混凝土表层各不同深度和不同时刻的温降值。因为这时的气温变化符合温降过程线, 即满足了边界条件, 其计算结果就可反映出混凝土表层不同深度的温度变化过程。

1. 图 3—(a) 所示的“V”型气温骤降过程线, 在温降作用下板的温度计算可用图解表示 (图 3):

在 $0 \leq \tau \leq \tau_2$ 时间内板内的温度 $T^{(a)}(Z, \tau)$ 为:

$$T^{(a)}(Z, \tau) = T^{(b)}(Z, \tau) + T^{(c)}(Z, \tau) \quad (5-a)$$

$$\text{即 } T^{(a)}(Z, \tau) = m_1 t(Z, \tau) \Big|_{\tau \geq 0} + (m_2 - m_1) t(Z, \tau) \Big|_{\tau \geq \tau_1} \quad (5-b)$$

* 气温下降时温降速度 m 定为正; 反之为负。

表 1 温 降 系 数 $t(z, \tau)$ 表

τ (天)	$\frac{z}{l} = 1$ (表面)	$\frac{z}{l} = 0.98$ (10厘米)	$\frac{z}{l} = 0.95$ (25厘米)	$\frac{z}{l} = 0.90$ (50厘米)	$\frac{z}{l} = 0.85$ (75厘米)
0	0	0	0	0	0
0.25	0.19	0.12	0.05	0	0
0.50	0.39	0.26	0.12	0.03	0
0.75	0.60	0.43	0.22	0.06	0
1.00	0.80	0.59	0.35	0.11	0
1.25	1.00	0.77	0.47	0.17	0.01
1.50	1.23	0.95	0.61	0.22	0.03
1.75	1.45	1.15	0.73	0.28	0.06
2.00	1.66	1.34	0.87	0.35	0.10
2.25	1.87	1.53	1.01	0.45	0.14
2.50	2.08	1.73	1.17	0.55	0.20
2.75	2.30	1.93	1.32	0.66	0.25
3.00	2.52	2.13	1.50	0.77	0.32
3.25	2.75	2.32	1.66	0.88	0.38
3.50	2.97	2.52	1.82	0.98	0.46
3.75	3.21	2.72	1.99	1.11	0.54
4.00	3.43	2.92	2.15	1.22	0.62
4.25	3.65	3.12	2.32	1.34	0.70
4.50	3.88	3.33	2.50	1.47	0.80
4.75	4.10	3.53	2.67	1.59	0.88
5.00	4.33	3.74	2.86	1.72	0.97
5.25	4.57	3.96	3.02	1.85	1.05

表1 (续)

τ (天)	$\frac{z}{l} = 1$ (表面)	$\frac{z}{l} = 0.98$ (10厘米)	$\frac{z}{l} = 0.95$ (25厘米)	$\frac{z}{l} = 0.90$ (50厘米)	$\frac{z}{l} = 0.85$ (75厘米)
5.50	4.78	4.17	3.22	2.00	1.15
5.75	5.03	4.38	3.40	2.13	1.25
6.00	5.25	4.60	3.58	2.27	1.34
6.50	5.73	4.98	3.95	2.55	1.55
7.00	6.17	5.42	4.34	2.85	1.78
7.50	6.62	5.84	4.68	3.15	2.00
8.00	7.10	6.26	5.09	3.46	2.25

在表1中 $t(Z, \tau)$ [°C/°C/天] 计算所采用的基本数据: $l = 5$ 米 ($2l = 10$ 米);

$\alpha_0 = 0.0912$ 米²/天; $\lambda_0 = 2.14$ 大卡/米·时·°C; $\beta = 20$ 大卡/米²·时·°C。

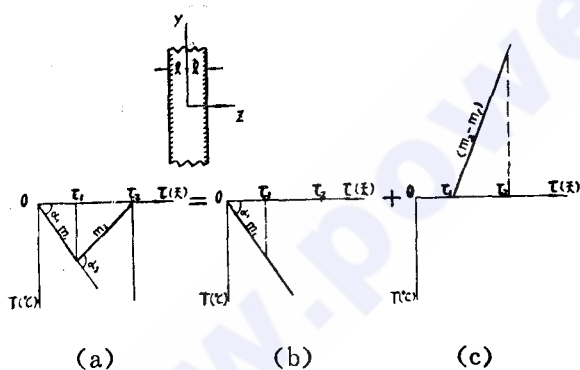


图3

2. 图4—(a)所示的“U”型气温骤降过程线, 在温降作用下板的温度计算亦可用图解表示(图4):

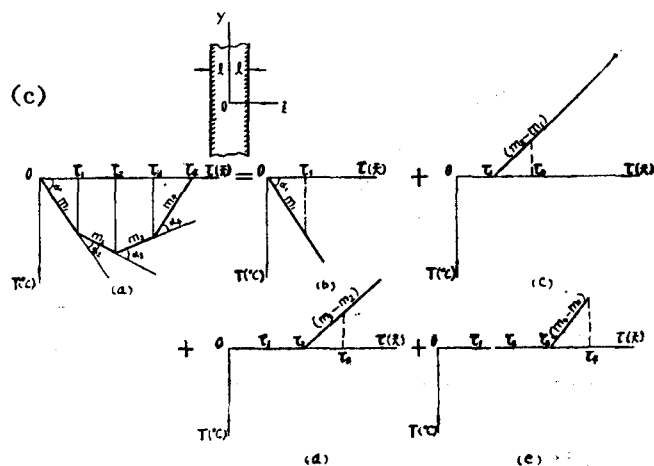


图4

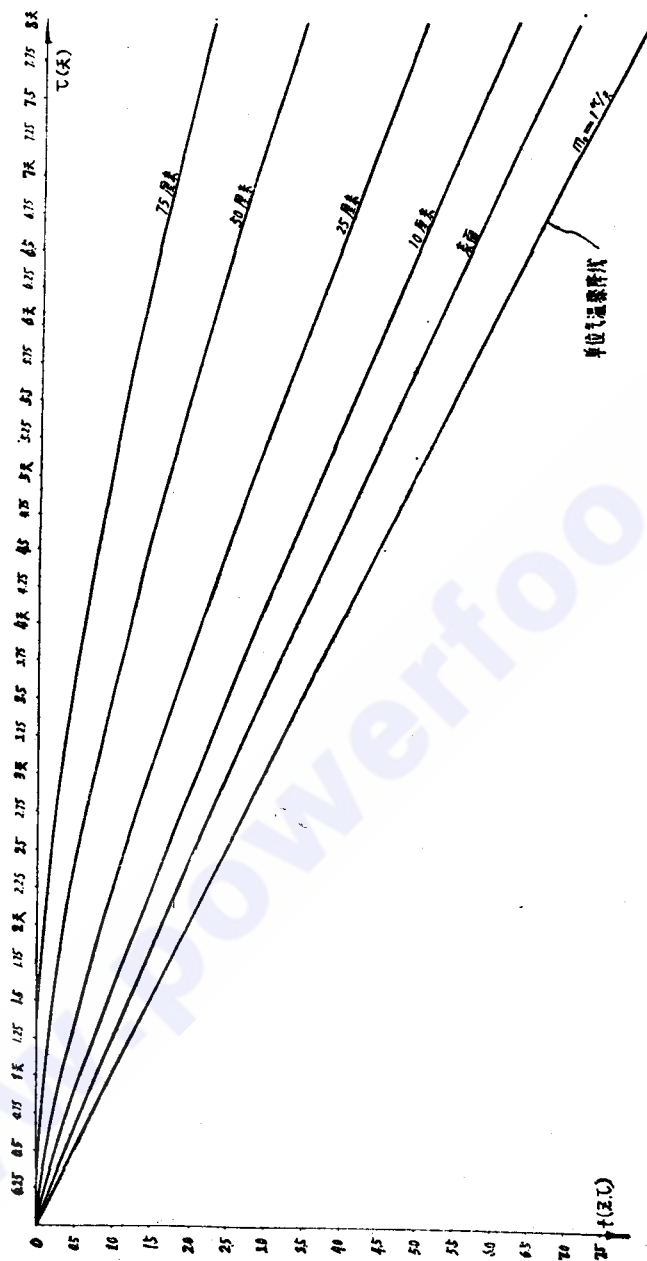


图 2 温降系数 $t(z, \tau)$ 曲线 (计算所采用的基本数据同表 1)

在 $0 \leq \tau \leq \tau_1$ 时间内板内的温度 $T^{(a)}(z, \tau)$ 为:

$$T^{(a)}(z, \tau) = T^{(b)}(z, \tau) + T^{(c)}(z, \tau) + T^{(d)}(z, \tau) + T^{(e)}(z, \tau) \quad (6-a)$$

$$\text{即 } T^{(a)}(z, \tau) = m_1 t(z, \tau) \Big|_{\tau \geq 0} + (m_2 - m_1) t(z, \tau) \Big|_{\tau \geq \tau_1}$$

$$+ (m_3 - m_2) t(z, \tau) \Big|_{\tau \geq \tau_2} + (m_4 - m_3) t(z, \tau) \Big|_{\tau \geq \tau_3} \quad (6-b)$$

同样, 对于任意形状的实测气温骤降过程线, 都可用上述的方法列出与式(5)或式(6)相类似的计算公式, 从而能够计算出混凝土表层的温度。

3. 如果混凝土的导温系数(α_1)与表1(或图2)中所采用的数值(α_0)不相同, 可按表1(或图2)计算的温度值所对应的混凝土表层深度(l_0), 采用(7)式予以修正。

$$l_1 = l_0 \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_0}} \quad (7)$$

式中: l_1 为 α_1 时的相应深度。

4. 如空气与混凝土表面的热交换系数(β_1)与表1(或图2)中所采用的数值(β_0)不相同, 即表示按第三类边界条件考虑的虚拟层厚度有所变化。也可按表1(或图2)计算的温度值所对应的深度(l_0)、采用(8)式予以修正。

$$l_1 = l_0 + \left(\frac{\lambda_0}{\beta_0} - \frac{\lambda_0}{\beta_1} \right) \quad (8)$$

式中: λ_0 为混凝土的导热系数(对同一块混凝土是相同的); l_1 为 β_1 时的相应深度。

如果 α_1 、 β_1 两数值都与表1(或图2)中的数值 α_0 、 β_0 不同时, 可先按式(7)进行修正计算后, 再按式(8)进行修正计算。

二、应用实例

已知二滩工程所在地区1966年5月1日至5月9日的实测气温骤降过程线(图5), 试计算在此期间混凝土表层的温度分布。计算步骤如下:

(一) 利用表1计算在气温骤降过程中各不同 m_i 对混凝土不同深度(表面、10、25、50和75厘米)在各计算时段(0天、0.25天、0.5天……8)所产生的温降值:

$$(m_i - m_{i-1}) t(z, \tau).$$

(二) 应用式(5)和(6)的方法, 分别将各层深的温降值按其时间相位(τ_1 、 τ_2 、 τ_3 ……)叠加其代数和 $\sum_{i=1}^n (m_i - m_{i-1}) t(z, \tau)$ 即为气温骤降作用下的混凝土表层该深度的温度变化过程。

步骤(一)、(二)可按层深分别列成表格计算, 如表2。

(三) 绘制表面和表层不同深度的温降过程线(图5)及不同时刻(以天为单位)的混凝土表层温度分布曲线[图6—(a)、(b)]。

(四) 如果 $\alpha_1 \neq \alpha_0$, 假设 $\alpha_1 = 0.1105 \text{米}^2/\text{天}$ (此值在国内工程中采用偏于较大值, 新安江工程曾采用此值), 由式(7)得:

$$l_1 = l_0 \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_0}} = l_0 \sqrt{\frac{0.1105}{0.0912}} \approx 1.1 l_0$$

据此, 上述计算的温度值所对应的深度分别为: 表面、11厘米(即10厘米 $\times 1.1$, 下同此)、27.5、55和82.5厘米。

表 2

混凝土表层温度计算表

序	$\Delta m_i (^\circ\text{C}/\text{天})$ $t(z, \tau) - t(z, \tau)$	m_i						$\Gamma^{(a)}(z, \tau) = \sum_{i=1}^6 \cdot \Delta m_i \cdot t(z, \tau)$
		m_1	$(m_2 - m_1)$	$(m_3 - m_2)$	$(m_4 - m_3)$	$(m_5 - m_4)$	$(m_6 - m_5)$	
	$\tau(\text{天})$	$2^\circ\text{C} \cdot t(z, \tau)$	$3.0^\circ\text{C} \cdot t(z, \tau)$	$-7.7^\circ\text{C} \cdot t(z, \tau)$	$4.1^\circ\text{C} \cdot t(z, \tau)$	$-2.0^\circ\text{C} \cdot t(z, \tau)$	$-3.6^\circ\text{C} \cdot t(z, \tau)$	
1	0	0						0
2	0.25	0.38						0.38
3	0.50	0.78						0.78
4	0.75	1.20						1.20
5	1.00	1.60						1.60
6	1.25	2.00						2.00
7	1.50	2.46						2.46
8	1.75	2.90						2.90
9	2.00	3.32	0					3.32
10	2.25	3.74	0.57					4.31
11	2.50	4.16	1.17					5.33
12	2.75	4.60	1.80					6.40
13	3.00	5.04	2.40	0				7.44
14	3.25	5.50	3.00	-1.46				7.04
15	3.50	5.94	3.69	-3.00				6.63

表 2 (续)

序	$\Delta m (\text{°C}/\text{天})$ $\frac{\Delta t(z, \tau) \cdot \Delta m_i}{\tau (\text{天})}$	m_1 $2\text{°C} \cdot t(z, \tau)$	$(m_2 - m_1)$ $3.0\text{°C} \cdot t(z, \tau)$	$(m_3 - m_2)$ $-7.7\text{°C} \cdot t(z, \tau)$	$(m_4 - m_3)$ $4.1\text{°C} \cdot t(z, \tau)$	$(m_5 - m_4)$ $-2.0\text{°C} \cdot t(z, \tau)$	$(m_6 - m_5)$ $-3.6\text{°C} \cdot t(z, \tau)$	$T^{(a)}(z, \tau) = \sum_{i=1}^6 \Delta m_i \cdot t(z, \tau)$
16	3.75	6.42	4.35	-4.62				6.15
17	4.00	6.86	4.98	-6.16				5.68
18	4.25	7.30	5.61	-7.70				5.21
19	4.50	7.76	6.24	-9.46				4.54
20	4.75	8.20	6.90	-11.16				3.94
21	5.00	8.66	7.56	-12.80	0			3.42
22	5.25	9.14	8.25	-14.40	0.78			3.77
23	5.50	9.56	8.91	-16.00	1.60			4.07
24	5.75	10.00	9.63	-17.70	2.46			4.39
25	6.00	10.50	10.28	-19.40	3.28	0		4.66
26	6.50	11.46	11.64	-22.84	5.04	-0.78		4.52
27	7.00	12.34	12.99	-26.40	6.81	-1.60	0	4.14
28	7.50	13.24	14.34	-29.90	8.53	-2.46	-1.40	2.53
29	8.00	14.20	15.75	-33.30	10.33	-3.32	-2.84	0.83

上表中的表层深度: 表面 ($z=1$) , 气温骤降类型: 任意型 (实测二滩地区1966.5.1~5.9)。

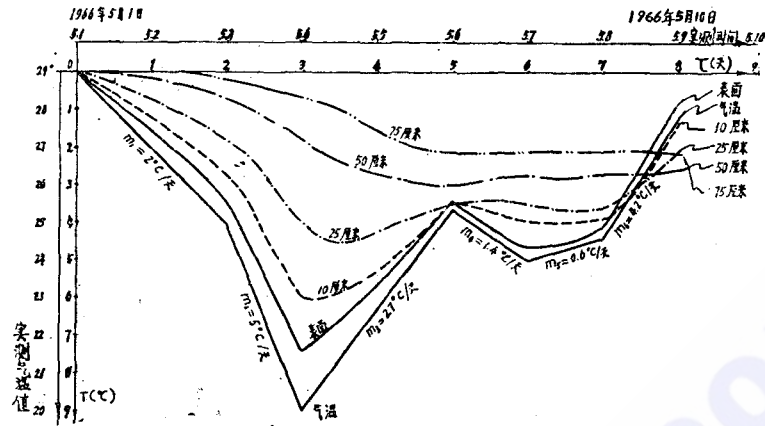


图 5

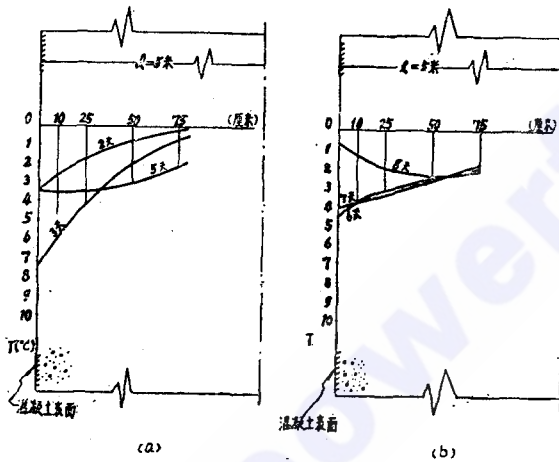


图 6

(五) 如果 $\beta_1 \neq \beta_0$, 假设 $\beta_1 = 35$ 大卡/米²·时·°C (相当风速为 8~9 米/秒时、粗糙的混凝土表面的热交换系数), 由式 (8) 得:

$$l_1 = l_0 + \left(\frac{\lambda_0}{\beta_0} - \frac{\lambda_0}{\beta_1} \right) \approx l_0 + 4.6 \text{ 厘米}.$$

则上述计算的温度值所对应深度分别应为: 4.6 厘米 (即 0 + 4.6 厘米; 下同此)、14.6、29.6、54.6 和 79.6 厘米。

(六) 如果 $\beta_1 \neq \beta_0$, 同时 $\alpha_1 \neq \alpha_0$, 假设 α_1 、 β_1 与上述相同, 则应利用式 (7) 和 (8) 作两次修正, 结果分别为: 4.6 厘米 (即 $0 \times 1.1 + 4.6$ 厘米; 下同此)、15.6、32.1、59.6 和 87.1 厘米。

主要参考文献

- (1) A.B.雷柯夫著, 裘烈钧、丁履德译:《热传导理论》, 高教出版社, 1956年。
- (2) 朱伯芳等著:《水工混凝土结构的温度应力与温度控制》, 水利电力出版社, 1976. 9。